также, что в условиях конкурентного равновесия для указанных выше различных вариантов основной задачи действительно справедливо утверждение, приведенное в начале данного сообщения.

Библиографические ссылки

1. *Ашманов С.А.* Введение в математическую экономику. М.: Наука, 1984.
2. *Интрилигатор М.* Математические методы оптимизации и экономическая теория. М.: Айрис-пресс, 2002.
3. *Альсевич В.В.* О решении задачи фирмы // Анализ, моделирование, управление, развитие экономических систем: Сб. науч. трудов X Междунар. школы-симпоз. АМУР-2016, Симферополь-Судак, 12-21 сентября 2016. – Симферополь: КФУ им. В. И. Вернадского, 2016. – С. 6–12.
4. *Альсевич В.В., Альсевич Л.А.* Теория фирмы: новый взгляд на классический результат // Экономика, моделирование, прогнозирование: сб. науч. тр. / Минск: НИЭИ Мин-ва экономики Респ. Беларусь, 2017. Вып. 11. – С. 127–135.

УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ ОСОБЫХ УПРАВЛЕНИЙ В КЛАССЕ ДИСКРЕТНЫХ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

В.В. Альсевич, С.Ю. Корзун

Белорусский государственный университет

Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь

alsevichvv@mail.ru

В классе дискретных управляющих воздействий рассматривается задача оптимального управления:

$$J(u) = \varphi(x(t^*)) \to \min,$$
$$\dot{x} = f_0(x) + B(x)u, \quad x(0) = x_0, \quad u(t) \in U, \quad t \in T = [0, t^*].$$

Здесь: $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^r$, U – выпуклый компакт.

Особые управления с терминальным критерием качества исследовались в [1]. Для задачи с критерием качества, зависящим от промежуточных состояний системы, условия оптимальности особых управлений получены в [2]. В [1, 2] рассматривались произвольные правые части системы и произвольное замкнутое множество U. Кроме того, в [1, 2] задачи исследовались в классе кусочно-непрерывных управляющих воздействий. В предлагаемой работе исследования проведены для класса дискретных управлений, в силу чего доказательство условий оптимальности проведено для специальной правой части системы и выпуклого множества U.

Напомним [3], что управление $u(t) \in U,\ t \in T$, называется дискретным (с периодом квантования $h > 0$), если $u(t) = u(\tau),\ t \in [\tau, \tau + h)$, $\tau \in T_h = \{0, h, 2h, \ldots, t^* - h\}$, где $h = t^*/N$, N – натуральное число.

Принцип максимума в классе дискретных управляющих воздействий для задачи типа Лагранжа доказан в [3]. В предлагаемой работе помимо принципа максимума для сформулированной выше задачи приведено условие второго порядка.

Итак, пусть функции $\varphi(x),\ f_0(x),\ B(x)$ непрерывно дифференцируемы.

Теорема 1. *Оптимальное управление $u(t),\ t \in T$, и соответствующая траектория $x(t),\ t \in T$, удовлетворяют условию максимума:*

$$\left(\int_t^{t+h} \psi'(s)B(x(s))ds\right)u(t) = \max_{v\in U}\left(\int_t^{t+h} \psi'(s)B(x(s))ds\right)v, \quad t \in T_h,$$

где $\psi(t),\ t \in T$, – решение сопряженной системы

$$\dot{\psi} = -\frac{\partial H(x(t), \psi, u(t))}{\partial x}, \quad \psi(t^*) = -\frac{\partial \varphi(x(t^*))}{\partial x},$$

$H(x, \psi, u) = \psi'\big(f_0(x) + B(x)u\big)$.

Пусть существует $\sigma \in T$, $mes\sigma \neq 0$, что для всех $t \in \sigma$ либо гамильтониан не зависит от u, либо максимум достигается на нескольких управлениях. Для упрощения результата будем считать, что $\sigma = T$. Согласно [1] управление является особым.

Пусть функции $\varphi(x), f_0(x), B(x)$ дважды непрерывно дифференцируемы.

Теорема 2. *Особое оптимальное управление $u(t),\ t \in T$, вместе с соответствующими траекториями $x(t),\ \psi(t),\ t \in T$, прямой и сопряженной систем удовлетворяют условию*

$$\big(v - u(t)\big)'\left(\int_t^{t+h}\Big(B'(x(\tau)\Psi(\tau) + \left(\frac{\partial \psi'(\tau)B(x(\tau))}{\partial x}\right)' \times\right.$$

$$\left.\times \int_t^{\tau} B(x(s))ds\Big)d\tau\right)\big(v - u(t)\big) \leq 0, \quad v \in U, \quad t \in T_h,$$

где $\Psi(t),\ t\in T$, *– решение уравнения*

$$\dot\Psi = -\frac{\partial f'(x(t),u(t))}{\partial x}\Psi - \Psi\frac{\partial f(x(t),u(t))}{\partial x} + \frac{\partial^2 H(x(t),\psi(t),u(t))}{\partial x^2},\quad t\in T,$$

$$\Psi(t^*) = -\frac{\partial^2\varphi(x(t^*))}{\partial x^2}.$$

Библиографические ссылки

1. *Габасов Р.Ф., Кириллова Ф.М.* Особые оптимальные управления. М.: Наука, 1973.
2. *Альсевич В.В., Францкевич О.В.* Особые управления для задач с функционалом, зависящим от промежуточных состояний системы // Весці АН БССР. Сер. фіз.-мат. н. 1983. № 3. С. 33–37.
3. *Габасов Р.Ф., Кириллова Ф.М. и др.* Методы оптимизации. Минск: Изд-во "Четыре четверти" , 2011.

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ДВИЖЕНИЙ УРАВНЕНИЙ НЬЮТОНА

В.В. Амелькин, А.Е. Руденок

Белорусский государственный университет

Независимости 4, 220030 Минск, Беларусь

vamlkn@mail.ru; roudenok@bsu.by

Рассмотрим уравнение Ньютона с квадратичной по скорости силовой функцией

$$\ddot x + A(x) + B(x)\ x + C(x)\dot x^2 = 0 \tag{1}$$

в предположении, что в окрестности $x=0$ вещественные голоморфные функции $A,\ B,\ C$ задаются равенствами

$$A(x) = x + \sum_{k=2}^{\infty} A_k x^k,\ B(x) = \sum_{k=1}^{\infty} B_k x^k,\ C(x) = \sum_{k=0}^{\infty} C_k x^k,$$

где $A_k,\ B_k,\ C_k$ – некоторые постоянные.

При получении различных свойств решений уравнения (1), имеющего многочисленные физические приложения, часто используется переход к эквивалентной автономной системе. Одной из таких систем является система

$$\dot x = -y,\ \dot y = A(x) - B(x)y + C(x)y^2. \tag{2}$$