В общем случае спектр системы (1) является бесконечным, что осложняет ее исследование с точки зрения задач управления и наблюдения. Поэтому актуальна следующая

Задача 2. Требуется замкнуть систему (1) линейной обратной связью по состоянию

$$u(t) = u\left(\{\widetilde{A}_0 z(t),\, z(t-ih),\, i=\overline{1,\varepsilon}\}\right)$$

так, чтобы: 1) замкнутая система осталась линейной автономной вполне регулярной дифференциально-алгебраической системой с соизмеримыми запаздываниями; 2) компонента z решения замкнутой системы удовлетворяла линейной автономной вполне регулярной дифференциально-алгебраической системе с конечным спектром.

Получены условия разрешимости задачи 2, предложены методы синтеза соответствующих регуляторов. Следует отметить, что условия разрешимости задачи 2 являются менее жесткими в сравнении с условиями разрешимости задачи 1.

УСТОЙЧИВОСТЬ И СХОДИМОСТЬ ПРОЦЕССОВ РЕГУЛИРОВАНИЯ С ПОСЛЕДЕЙСТВИЕМ

Д.Я. Хусаинов, А.В. Шатырко

Киевский национальный университет им. Т.Шевченко
Глушкова 4д, 03187 Киев, Украина
{d.y.khusainov,shatyrko.a}@gmail.com

В докладе представлены результаты исследования задач абсолютной интервальной устойчивости систем регулирования. Рассматриваются системы прямого регулирования с запаздыванием и интервально заданными коэффициентами

$$\dot{x}(t) = (A+\Delta A)\,x(t) + (B+\Delta B)\,x(t-\tau) + bf(\sigma(t)), \sigma(t) = c^T x(t). \quad (1)$$

Здесь A – асимптотически устойчивая матрица, а нелинейная функция одного аргумента $f(\sigma)$ удовлетворяет условию $0 \le f(\sigma)\sigma \le k\sigma^2, k>0$.

Элементы матриц ΔA и ΔB принимают значения из заданных интервалов

$$\Delta A = \{\Delta a_{ij}\}, |\Delta a_{ij}| \le \alpha_{ij}, \Delta B = \{\Delta b_{ij}\}, |\Delta b_{ij}| \le \beta_{ij}, i,j=\overline{1,n}. \quad (2)$$

Под абсолютной интервальной устойчивостью понимается асимптотическая устойчивость в целом нулевого решения системы (1) при возмущениях, определенных в (2). Для получения условий устойчивости используется второй метод Ляпунова с функцией

$$V_0(x) = x^T H x + \beta \int\limits_0^{\sigma(x)} f(\xi)d\xi, \sigma(x) = c^T x, \beta \geq 0,$$

с условием Б.С. Разумихина. Введем следующие обозначения: $\gamma_1 = 2\,|H|\left(1 + \sqrt{\phi(\widetilde{H})}\right)$, $\gamma_1 = 2\,|H| + |\beta|\,|c|$, $L_1(H,\beta,\nu) = \lambda_{min}(C[A+B,H,\beta,\nu]) - \gamma_1|b|$, $\phi(\widetilde{H}) = \lambda_{max}(\widetilde{H})/\lambda_{min}(\widetilde{H})$, $\lambda_{max}(\widetilde{H}) = \max\{\lambda_{max}(H),\beta/2\}$, $\lambda_{min}(\widetilde{H}) = \min\{\lambda_{min}(H),\beta/2\}$.

Теорема 1. *Пусть существуют положительно определенная матрица H и постоянные $\beta > 0, \nu > 0$ такие что $\lambda_{min}(\widetilde{H}) > 0$ и $L_1(H,\beta,\nu) > 0$. Тогда при*

$$\gamma_2||\Delta A|| + (\gamma_1 + \gamma_2)||\Delta B|| < L_1(H,\beta,\nu) \tag{3}$$

система с запаздыванием (1) будет абсолютно интервально устойчивой для произвольного запаздывания $\tau > 0$. С использованием функции Ляпунова $V(x,t) = \exp^{\gamma t} V_0(x), \gamma > 0$ получены оценки экспоненциального затухания решений.

Теорема 2. *Пусть существуют положительно определенная матрица H и постоянные $\beta > 0, \nu > 0$ такие что $\lambda_{min}(\widetilde{H}) > 0$ и $L_1(H,\beta,\nu) > 0$. Тогда при выполнении неравенства (3) для решений системы (1) выполняется следующая оценка сходимости*

$$|x(t)| \leq \sqrt{\phi(\widetilde{H})}||x(0)||_\tau \exp^{-\gamma t/2}, t > 0, \gamma = \frac{\Psi(0)}{\Psi(0) + \gamma^* \lambda_{min}(\widetilde{H})}$$

$$\Psi(0) = L_1(H,\beta,\nu) - (\gamma_1+\gamma_2)||\Delta B|| - \gamma_2||\Delta A||,$$

$$\gamma_* = \frac{2}{\tau}\ln\left[1 + \frac{\Psi(0)}{2|H|\left(|B| + ||\Delta B||\right)\sqrt{\widetilde{H}})}\right].$$

Обозначим $r_1 = |A| + ||\Delta A|| + k|b||c|, r_2 = |B| + ||\Delta B||]$,

$$L_2(H,\beta,\nu) = \lambda_{min}(C[A+B,H,\beta,\nu]) - \gamma_2(||\Delta A|| + ||\Delta B||).$$

Справедливо следующее утверждения.

Теорема 3. *Пусть существуют положительно определенная матрица H и скаляр β такие что матрица $C[A+B,H,\beta,\nu]$) положительно определенная. Тогда при $L_2(H,\beta)>0$ и*

$$\tau < \tau_0 = \frac{L(H)}{2(|HB|+|H|||\Delta B||)(r_1+r_2)\sqrt{\phi(\widetilde{H})}}$$

система (1) *будет абсолютно интервально устойчивой и для решений $x(t)$ системы* (1) *справедлива следующая оценка сходимости*

$$|x(t)| < \begin{cases} N(t)||x(0)||_\tau, 0 \le t \le \tau \\ N(\tau)\sqrt{\phi(\widetilde{H})}||x(0)||_\tau \exp\left\{-\frac{1}{2}\gamma(t-\tau)\right\}, t > \tau \end{cases}$$

$$\gamma = \frac{\Psi(0,\tau)\gamma_*}{\Psi(0,\tau)+\gamma_*\lambda_{max}(\widetilde{H})}, \Psi_0(0,\tau) = L_2(H,\beta)(1-\xi),$$

$$\gamma_* = \ln\frac{2}{\tau}\left[\frac{\sqrt{r_1^2\xi^2+4\xi r_2(r_1+r_2)}-r_1\xi}{2r_2\xi}\right], \xi = \frac{\tau}{\tau_0}.$$

Аналогичные условия абсолютной интервальной устойчивости и оценки сходимости решений получены с использованием функционалов Ляпунова-Красовского вида

$$V[x(t),\sigma(t)] = x^T(t)Hx(t) + \int\limits_{t-\tau}^{t} \exp^{-\xi(t-s)} x^T(s)Gx(s)ds + \int\limits_{0}^{\sigma(t)} f(\xi)d\xi.$$

Библиографические ссылки

1. Shatyrko A.V. Absolute interval stability of indirect regulating systems of neutral type / A.V.Shatyrko, D.Ya.Khusainov // Journal of automation and information science. 2010. Vol. 42. Iss. 6. P. 43–54.
2. Shatyrko A.V. Investigation of Absolute Stability of Nonlinear Systems of Special Kind with Aftereffect by Lyapunov Functions Method / A.V.Shatyrko, D.Ya.Khusainov // Journal of automation and information science. 2011. Vol. 43. Iss. 7. P. 61–75.
3. Shatyrko A. Stabilization of Lur'e-type nonlinear control systems by Lyapunov-Krasovski functionals / A.Shatyrko, J.Diblik, D.Khusainov, M.Ruzickova // Advances in Difference Equations. 2012. doi:10.1186/1687-1847-2012:229.