МЕТОД НАИСКОРЕЙШЕГО СПУСКА В ЗАДАЧЕ ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ВКЛЮЧЕНИЯ

А.В. Фоминых

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
alexfomster@mail.ru

Введение. Как известно, дифференциальное включение [1] является обобщением обыкновенных дифференциальных уравнений, поскольку, например, неявные дифференциальные уравнения, дифференциальные неравенства и дифференциальные уравнения с ограничениями на фазовые координаты, могут быть записаны в виде дифференциальных включений. Кроме того, известно, что многие задачи оптимального управления при естественных предположениях могут быть сведены к дифференциальным включениям [2]. Как правило, дифференциальное включение имеет бесконечное множество решений, поэтому естественно поставить задачу выделения решения, оптимального в каком-то смысле, например, в интегральном.

1. Постановка задачи. Рассмотрим дифференциальное включение

$$\dot{x} \in F(x,t) \tag{1}$$

с начальной точкой

$$x(0) = x_0 \tag{2}$$

и конечным условием

$$x(T) = x_T. \tag{3}$$

В формуле (1) $F(x,t)$ — заданное непрерывное многозначное отображение при $t \in [0,T]$, x — n-мерная непрерывная вектор-функция фазовых координат с кусочно-непрерывной (с конечным числом точек разрыва) и ограниченной на $[0,T]$ производной, $T > 0$ — заданный конечный момент времени. Будем полагать, что каждому моменту времени $t \in [0,T]$ и каждой фазовой точке $x \in \mathbb{R}^n$ отображение $F(x,t)$ ставит в соответствие некоторый выпуклый компакт из $\mathbb{R}^n$. В формулах (2), (3) $x_0, x_T \in \mathbb{R}^n$ — заданные векторы.

Требуется найти такую вектор-функцию $x^* \in \mathbb{C}_n[0,T]$, являющуюся решением включения (1) и удовлетворяющую условиям (2), (3), которая доставляет минимум функционалу

$$J(x) = \int_0^T f_0(x, \dot{x}, t)dt,$$

где f_0 — заданная вещественная скалярная функция, непрерывная по всем трем аргументам и непрерывно дифференцируемая по x и по $\dot{x}$. Предполагаем, что такое решение существует.

Здесь $\mathbb{C}_n[0,T]$ — пространство n-мерных непрерывных на $[0,T]$ вектор-функций с производной из пространства $\mathbb{P}_n[0,T]$ (пространство кусочно-непрерывных и ограниченных на $[0,T]$ n-мерных вектор-функций, имеющих на $[0,T]$ конечное число точек разрыва).

2. Основные результаты. В предположении непрерывности производной опорной функции многозначного отображения $F(x,t)$ по фазовым координатам исходная задача сводится к минимизации некоторого функционала на классе кусочно-непрерывных вектор-функций. Для этого функционала доказана дифференцируемость по Гато, сформулированы необходимые условия минимума. На основании этих условий к задаче применяется метод наискорейшего спуска. Рассмотрены численные примеры реализации построенного метода.

Библиографические ссылки

1. *Aubin J.-P., Frankowska H.* Set-valued analysis. Birkhauser, Boston: Birkhauser, 1990. 461 p.
2. *Blagodatskih V. I., Filippov A. F.* Differential inclusions and optimal control // Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics, 1985. Vol. 169. P. 194–252. (in Russ.)

О НЕКОТОРЫХ МЕТОДАХ СИНТЕЗА НАБЛЮДАТЕЛЕЙ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА

В.Е. Хартовский

Гродненский государственный университет им. Я.Купалы

Ожешко 22, 230023 Гродно, Беларусь

hartovskij@grsu.by

Пусть задана линейная автономная дифференциально-разностная система нейтрального типа с соизмеримыми запаздываниями

$$\begin{aligned} &\dot{x}(t) - \sum_{i=1}^{m} D_i\dot{x}(t-ih) = \sum_{i=0}^{m} A_i x(t-ih),\ t>0, \\ &v(t) = \textstyle\sum_{i=0}^{m} B_i x(t-ih),\ t>0, \end{aligned} \qquad (1)$$