

О СБЛИЖЕНИИ УПРАВЛЯЕМОЙ СИСТЕМЫ С НЕОПРЕДЕЛЕННЫМ ПОСТОЯННЫМ ПАРАМЕТРОМ

В.Н. Ушаков, А.А. Ершов, А.В. Ушаков

Институт математики и механики имени Н.Н.Красовского УрО РАН

С. Ковалевской 16, 620990 Екатеринбург, Россия

ushak@imm.uran.ru

Введение. Рассматривается управляемая система на конечном промежутке времени, содержащая неопределённый постоянный (т.е., не меняющийся со временем) параметр. Изучается задача о сближении управляемой системы с целевым множеством в фазовом пространстве в конечный момент времени [1]. Можно трактовать эту задачу как игровую задачу о сближении, в которой первый игрок, формирующий программные управления, стремится сблизить систему с целевым множеством, а второй игрок, владеющий выбором значений параметра, стремится противодействовать первому игроку в достижении цели. При таком подходе к задаче мы можем расширить класс программных управлений первого игрока до позиционных управлений и погрузить класс стратегий второго игрока (постоянных значений параметра) в более широкий класс стратегий, например, класс позиционных стратегий второго игрока и рассматривать задачу о сближении как позиционную игровую задачу о сближении. Однако мы, учитывая специфику задачи, не будем рассматривать её как позиционную игровую задачу о сближении, а используем несколько иной подход.

Задачи с неопределённым постоянным параметром часто встречаются в механике, экологии и экономике [2, 3].

1. Постановка задачи. Математическую постановку рассмотрим на следующем конкретном примере.

Пусть задан плоский маятник, поведение которого на промежутке времени $[t_0, \theta]$ описывается системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -\alpha x_2 - \sin x_1 + u, \end{cases}$$

где $x_1 = x_1(t)$ — угол отклонения маятника от вертикального положения, $x_2 = \dot{x}_1(t)$ — скорость отклонения маятника от вертикального положения.

Таким образом, $x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$ — фазовый вектор системы дифференциальных уравнений.

Управление маятником на промежутке $[t_0, \theta]$ осуществляется при помощи управляющего воздействия $u = u(t)$, стеснённого ограничением $u = u(t) \in P = [\mu_*, \mu^*]$ ($-\infty < \mu_* < \mu^* < +\infty$). Коэффициент α в уравнениях стеснён ограничением $\alpha^{(1)} \leq \alpha \leq \alpha^{(2)}$ ($-\infty < \alpha^{(1)} < \alpha^{(2)} < +\infty$) и не зависит от времени t .

Предполагается, что лицу, управляющему маятником, в начальный момент t_0 неизвестно значение параметра α , присутствующего в системе; известно лишь ограничение $A = [\alpha^{(1)}, \alpha^{(2)}] \subset \mathbb{R}$ на параметр.

Требуется выбором управления $u = u(t) \in P$ на $[t_0, \theta]$ перевести фазовый вектор $x = x(t)$ из положения $x(t_0) = x^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) \in \mathbb{R}^2$ в заданное положение $x(\theta) = x^\theta = (x_1^\theta, x_2^\theta) \in \mathbb{R}^2$.

2. Схема конструирования разрешающего управления.

Процедура конструирования приближённого решения задачи о сближении включает в себя три основных этапа. Кратко охарактеризуем эти этапы.

На первом этапе осуществляется приближённое вычисление так называемого множества разрешимости задачи о сближении. Под этим множеством имеем в виду множество всех тех исходных позиций управляемой системы, для которых при любом допустимом значении параметра существует допустимое управление, приводящее движение системы на целевое множество. Второй этап ассоциируется нами с идентификацией значения параметра, присутствующего в управляемой системе; при этом идентификация значения параметра осуществляется не точно, а с определённой степенью точности. На третьем этапе на основе полученной информации о значении параметра конструируется разрешающее управление.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-01-00221).

Библиографические ссылки

1. Ершов А.А., Ушаков В.Н. О сближении управляемой системы, содержащей неопределенный параметр // Матем. сборник. 2017. Т. 208. № 9. С. 56–99.
2. Черноусько Ф.Л., Ананьевский И.М., Решмин С.А. Методы управления нелинейными механическими системами. М.: Физматлит, 2006.
3. Тарасьев А.М., Усова А.А. Чувствительность фазовых портретов гамильтоновых систем для модели роста ресурсозависимой экономики // Труды Международной конференции „Динамика систем и процессы управления“. Екатеринбург: ИММ УрО РАН, 2015. С. 317–324.