

Неравенства (4) означают, что в методе (3) преобразование пространства таково, что в каждом очередном преобразованном пространстве переменных гарантируется уменьшение расстояния до множества точек минимума. Антиовражная техника в методе (3) направлена на уменьшение степени овражности поверхностей уровня выпуклых функций подобно тому, как это сделано в r -алгоритмах Н.З. Шора [3]. Для овражных функций это обеспечивает ускоренную сходимость метода (3) по отношению к методу (2) при произвольной начальной стартовой точке x_0 . Так, например, для овражной функции двух переменных $f(x_1, x_2) = |x_1| + t|x_2|$ метод (3) будет находить точку x^* не более чем за три итерации независимо от значения $t > 0$.

Библиографические ссылки

1. Поляк Б.Т. Введение в оптимизацию. М.: Наука, 1983.
2. Стецюк П.И. Методы эллипсоидов и r -алгоритмы. Кишинэу: Эврика, 2014.
3. Шор Н.З. Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения. Киев: Наукова думка, 1979.

ВЕКТОРНОЕ ЭНТРОПИЙНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ГАУССОВСКИМИ СТОХАСТИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

А.Н. Тырсин, Г.Г. Геворгян

Уральский федеральный университет, Мира 19, 620002 Екатеринбург, Россия
a.n.tyrsin@urfu.ru, garnik.ggg@gmail.com

В докладе на примере гауссовских систем рассмотрен подход к управлению многомерными стохастическими системами, основанный на использовании векторной формы дифференциальной энтропии.

Пусть имеем гауссовскую стохастическую систему S , описываемую в виде нормально распределенного случайного вектора $\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_m)$, имеющего ковариационную матрицу $\Sigma = \{\sigma_{ij}\}_{m \times m}$, $\sigma_{ij} = \sigma_i^2$. В [1] предложено векторное представление дифференциальной энтропии $H(\mathbf{Y})$ как

$$\mathbf{h}(\mathbf{Y}) = (h_V; h_R) = (H(\mathbf{Y})_V; H(\mathbf{Y})_R), \quad (1)$$

где $H(\mathbf{Y})_V$ – энтропия хаотичности, равная сумме энтропий случайных величин Y_i ; $H(\mathbf{Y})_R$ – энтропия самоорганизации, характеризующая вклад в энтропию тесноты корреляционных связей между ком-

понентами случайного вектора $\mathbf{Y}$. Для гауссовской стохастической системы

$$H(\mathbf{Y})_V = \sum_{i=1}^m \ln \sigma_i + \frac{m}{2} \ln(2\pi e), \quad H(\mathbf{Y})_R = \frac{1}{2} \ln(\mathbf{R}),$$

где $\mathbf{R}$ — корреляционная матрица случайного вектора $\mathbf{Y}$.

Векторное энтропийное управление заключается в переводе вектора (1) энтропии системы из фактического состояния $\mathbf{h}(\mathbf{Y}^0) = (h_V^0; h_R^0)$ в состояние $\mathbf{h}(\mathbf{Y}^*) = (h_V^*; h_R^*)$, соответствующее эффективному функционированию стохастической системы.

В докладе рассмотрен вариант векторного энтропийного управления гауссовской стохастической системой, заключающийся в том, чтобы направить энтропию из некоторой начальной точки $(h_V^0; h_R^0) = (H(\mathbf{Y}^0)_V; H(\mathbf{Y}^0)_R)$ с ковариационной матрицей Σ^0 в заданную точку $(h_V^*; h_R^*)$ при минимальном изменении ковариационной матрицы. Задача минимизации имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} G(\Sigma) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=i}^m (\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^0)^2 \rightarrow \min_{\sigma_{ij}}, \\ H(\mathbf{Y})_V = h_V^*, \\ H(\mathbf{Y})_R = h_R^*, \\ \sigma_{ij}^2 < \sigma_{ii}\sigma_{jj}, \quad \sigma_{ij} = \sigma_{ji}, \quad \sigma_{ii} > 0 \quad \forall \quad 1 \leq i, j \leq m, \\ \Sigma > 0. \end{array} \right. \quad (2)$$

Отметим, что критерий эффективности в (2) может быть и иным, в зависимости от особенностей системы S .

Установлено, что задача (2) имеет решение. Предложен приближенный алгоритм ее решения на основе метода штрафных функций.

Апробация предложенного векторного управления показала, что во многих случаях результат значительно превосходит скалярное управление, в котором ищется экстремум дифференциальной энтропии $H(\mathbf{Y})$.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 17-01-00315а.

Библиографические ссылки

1. *Тырсин А.Н.* Энтропийное моделирование многомерных стохастических систем. Воронеж: Научная книга, 2016.