ные результаты в случае отсутствия запаздывания опубликованы в [6, 7].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 16-11-10146).

Библиографические ссылки

1. *Zavalishchin S.T, Sesekin A.N.* Dynamic Impulse Systems: Theory and Applications. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1997.
2. *Miller B.M., Rubinovich E.Ya.* Discontinuous solutions in the optimal control problems and their representation by singular space-time transformations // Automation and Remote Control. 2013. Vol. 74. P. 1969-2006.
3. *Дыхта В.А., Самсонюк О.Н.* Оптимальное импульсное управление с приложениями. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2000.
4. *Красовский Н.Н.* Теория управления движением. Линейные системы. — М.: Наука, 1968.
5. *Самойленко А.М., Перестюк Н.А.* Дифференциальные уравнения с импульсным воздействием. — Киев: Виша шк., 1987.
6. *Sesekin A.N., Zhelonkina N.I.* Stability of nonlinear dynamical systems containing the product of discontinuous functions and distributions // AIP. Conference Proceeding. 2016. Vol. 1789. pp. 040010 1-8.
7. *Sesekin A.N., Zhelonkina N.I.* The stability of tubes of discontinuous solutions of dynamical systems // AIP. Conference Proceeding. 2017. Vol. 1895. P. 050011 1-7.

МЕТОД ПОЗИЦИОННЫХ ВАРИАЦИЙ УПРАВЛЕНИЯ В ИМПУЛЬСНЫХ ЗАДАЧАХ ДИНАМИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

С.П. Сорокин, М.В. Старицын

Институт динамики систем и теории управления им. В.М. Матросова СО РАН

Лермонтова, 134, 664033, Иркутск, Россия

sorsp@mail.ru, starmaxmath@gmail.com

В работе развивается метод конструктивного численного решения задач оптимального импульсного управления с траекториями ограниченной вариации на основе позиционного принципа минимума — необходимого условия оптимальности, использующего позиционные вариации управления [1, 2]. С помощью известных преобразований задачи рассматриваемого типа сводятся к классическим вариационным задачам с терминальным ограничением специального вида. Для целей численного анализа последние подвергаются дальнейшей дискретизации с последующим применением дискретного варианта позиционного принципа минимума [3, 4].

Таким образом исследуемый класс импульсных моделей может быть преобразован к следующей задаче дискретного оптимального управления (P):

$$\begin{gathered}
I(\sigma) = l(x(N)) := \langle c, x(N) \rangle \to \min; \\
x(t+1) = x(t) + h\Big[\big(1 - |u(t)|\big)\, f\big(x(t)\big) + g\big(x(t)\big)\, u(t)\Big], \\
y(t+1) = y(t) + h\Big[1 - |u(t)|\Big], \quad t = 0, 1, \ldots, N-1, \\
x(0) = x_0, \quad y(0) = 0, \quad y(N) = y_N, \\
|u(t)| \le 1.
\end{gathered}$$

Здесь N — число точек разбиения интервала времени, h — шаг дискретизации, $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $y(t) \in \mathbb{R}_+ := [0, +\infty)$, $y_N > 0$. Функции $f, g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ предполагаются дифференцируемыми. Управлением и траекторией назовем конечные последовательности

$$u = \{u(t) |\ t = \overline{0, N-1}\} \quad \text{и} \quad z = \{z(t) = (x(t), y(t)) |\ t = \overline{0, N}\}.$$

Набор $\sigma = (z, u) = (x, y, u)$ будем называть процессом системы.

Введем функцию Понтрягина

$$H(x, y, \psi, \xi, u) = h\,(1 - |u|) H_0(x, \psi, \xi) + h\, u H_1(x, \psi) + \langle \psi, x \rangle + \xi y,$$

$$H_0(x, \psi, \xi) = \langle \psi, f(x) \rangle + \xi, \quad H_1(x, \psi) = \langle \psi, g(x) \rangle,$$

и сопряженную систему

$$\psi(t) = \nabla_x H\big(x(t), y(t), \psi(t+1), \xi, u(t)\big), \quad \psi(N) = -c.$$

Пусть $\psi = \{\psi(t), t = \overline{0, N}\}$ — решение сопряженной системы (котраектория).

Определим экстремальное многозначное отображение:

$$\begin{gathered}
\mathbf{U}_\xi(x, \psi) := \operatorname{Arg} \max_{u \in [-1,1]} H(x, y, \psi, \xi, u) = \\
= \operatorname{Arg} \max_{u \in [-1,1]} \big\{(1 - |u|)\, H_0(x, \psi, \xi) + u H_1(x, \psi)\big\}.
\end{gathered}$$

Зафиксируем допустимый в задаче (P) процесс $\bar{\sigma} = (\bar{z}, \bar{u})$, и пусть $\bar{\psi} = \psi(\bar{\sigma})$ — соответствующая котраектория. Для каждого $\xi \in \mathbb{R}$ определим $\mathcal{V}_\xi(\bar{\psi})$ как множество селекторов многозначного отображения $\mathbf{U}_\xi(x, \psi)$, суженного на функцию $\bar{\psi}$, — позиционных управлений $\mathbf{v} = \mathbf{v}(t, z) \in \mathbf{U}_\xi\big(x, \bar{\psi}(t+1)\big)$. Через $z^{\mathbf{v}} = (x^{\mathbf{v}}, y^{\mathbf{v}})$ обозначим решение управляемой системы, замкнутой позиционным управлением $\mathbf{v}$.

Теорема 1. *Пусть процесс* $\bar\sigma = (\bar z, \bar u) = (\bar x, \bar y, \bar u)$ *глобально оптимален в задаче* (P). *Тогда выполняется неравенство:*

$$l(\bar x(N)) \le \min\{l(x^{\mathbf{v}}(N)) \,|\, z^{\mathbf{v}} = (x^{\mathbf{v}}, y^{\mathbf{v}}),\ y^{\mathbf{v}} = y_N,\ \mathbf{v} \in \mathcal{V}_\xi(\bar\psi),\ \xi \in \mathbb{R}\}.$$

Полученное необходимое условие оптимальности не требует выпуклости входных данных задачи и приводит к итеративной процедуре решения задач оптимального импульсного управления, которая будет представлена в докладе.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ, проекты №№ 17-01-00733, 16-31-60030.

Библиографические ссылки

1. *Дыхта В.А.* Вариационные необходимые условия оптимальности с позиционными управлениями спуска в задачах оптимального управления // Докл. РАН. 2015. Т. 462. № 6. С. 653–656.
2. *Дыхта В.А.* Позиционные усиления принципа максимума и достаточные условия оптимальности // Тр. ИММ УрО РАН. 2015. Т. 21. № 2. С. 73–86.
3. *Sorokin S.P., Staritsyn M.V.* Necessary optimality condition with feedback controls for nonsmooth optimal impulsive control problems // VIII Int. Conf. Optimization and Applications (OPTIMA-2017), 2017. P. 531–538.
4. *Sorokin S., Staritsyn M.* Feedback necessary optimality conditions for a class of terminally constrained state-linear variational problems inspired by impulsive control // Numerical Algebra, Control and Optimization. 2017. Vol. 7. No. 2. P. 201–210.

ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ ТИПА ПРИНЦИПА МАКСИМУМА В НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ

В. А. Срочко, В. Г. Антоник

Иркутский государственный университет

ул. К. Маркса, д. 1, 664003, г. Иркутск, Россия

{srochko,vga}@math.isu.ru

1. Билинейная задача. Рассматривается простейшая невыпуклая задача с билинейным функционалом относительно линейной фазовой системы. На основе нелокальных формул приращения функционала получены достаточные условия оптимальности для экстремальных управлений без переключений и с одной точкой переключения. Полученные условия представляются в форме неравенств и равенств для функций одной переменной (времени) на промежутке управления.