

лученные результаты могут служить обоснованием процедур применения различных приближенных методов синтеза оптимального управления стохастическими системами с переключениями.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-07-00419-а).

Библиографические ссылки

1. *Пантелеев А.В., Рыбаков К.А.* Приближенный синтез оптимальных непрерывных стохастических систем управления с неполной обратной связью // Автоматика и телемеханика, 2018. № 1. С. 130–146.
2. *Казаков И.Е., Артемьев В.М., Бухалев В.А.* Анализ систем случайной структуры. М.: Физматлит, 1993.
3. *Кротов В.Ф., Гурман В.И.* Методы и задачи оптимального управления. М.: Наука, 1973.

АСИМПТОТИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ В ТЕРМИНАХ ЗНАКОПОСТОЯННЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Н.О. Седова

Ульяновский государственный университет
Льва Толстого 42, 432000 Ульяновск, Россия
sedovano@ulsu.ru

Пусть $\mathbb{R}^n$ – действительное n -мерное пространство с нормой $|\cdot|$, B – допустимое пространство с исчезающей памятью [1] с нормой $|\cdot|_B$ такой, что $(B, |\cdot|_B)$ является сепарабельным банаховым пространством.

Для функции $x \in C((-\infty, A), \mathbb{R}^n)$, $-\infty < A \leq +\infty$, определим функцию $x_t : \mathbb{R}^- \rightarrow \mathbb{R}^n$ по формуле $x_t(s) = x(t+s)$, $s \in \mathbb{R}^-$ для каждого $t < A$. Для произвольного $a > 0$ определим множество $B_a = \{\varphi \in B \mid |\varphi|_B < a\}$.

Рассмотрим функционально-дифференциальное уравнение с бесконечным запаздыванием

$$\dot{x}(t) = f(t, x_t) \quad (1)$$

где $f : \mathbb{R}^+ \times B_H \rightarrow \mathbb{R}^n$ для некоторого $0 < H \leq \infty$. Предполагается, что f удовлетворяет условиям типа Каратеодори [1]. Введенные предположения обеспечивают следующие свойства решений уравнения (1): для каждой начальной точки $(\alpha_0, \varphi_0) \in \mathbb{R}^+ \times B_H$ существует единственное непродолжимое решение $x(t; \alpha_0, \varphi_0)$ уравнения (1), определенное для $t \in [\alpha_0, \beta)$ для некоторого $\beta > \alpha_0$, то есть непрерывное и

удовлетворяющее уравнению (1) на $[\alpha_0, \beta)$, и такое, что $x_{\alpha_0} = \varphi_0$; имеет место непрерывная зависимость решения от начальных условий.

В случае ограниченного запаздывания такие свойства решений обеспечиваются достаточно общими предположениями относительно правой части уравнения. Однако если запаздывание бесконечно, ситуация осложняется и даже довольно сильные предположения, например, требования непрерывности и ограниченности на каждом множестве вида $\mathbb{R}^+ \times \bar{B}_a$, в общем случае оказываются не достаточными. Использование допустимого фазового пространства, которое определяется на основе идей из [2] (с некоторыми уточнениями) позволяет обосновать перечисленные свойства в сделанных предположениях [1].

Обобщение метода функций Ляпунова на случай уравнений с запаздыванием возникло сначала для уравнений с конечным запаздыванием, рассматриваемых в фазовом пространстве $C([-r, 0], \mathbb{R}^n)$ непрерывных функций с супремум-нормой (здесь $r > 0$ – величина запаздывания). Конструктивное использование этого метода основано на введении дополнительных условий на производную функции Ляпунова, впервые предложенных Б.С. Разумихиным [3] и получивших (особенно в англоязычной литературе) название условий Разумихина.

При попытке распространить эти результаты на уравнения с бесконечным запаздыванием оказалось, что непосредственное обобщение условий Разумихина недостаточно для установления асимптотической устойчивости [4]. Целый ряд работ основан на идее при определении множества для оценки производной использовать особенности фазового пространства; оформление этой идеи на случай произвольного допустимого пространства с исчезающей памятью впервые встречается в статье [5] в виде понятия пары Ляпунова-Разумихина, состоящей из функции и вспомогательного функционала. В этой статье и уравнение, и, соответственно, функция и функционал, образующие пару, предполагались автономными. Распространение введенного понятия на случай неавтономного уравнения, удовлетворяющего некоторым предположениям, было сделано в [6]. В тех же предположениях были получены результаты о равномерной асимптотической устойчивости в терминах знакоопределенной и знакопостоянной функции [7].

В настоящей работе аналогичные результаты и некоторые их модификации обоснованы для уравнения (1) в предположениях из [1]. Такое обобщение расширяет применимость соответствующих результатов при решении прикладных задач, в том числе, задач построения управления из заданного класса.

Библиографические ссылки

1. Дружинина О.В., Седова Н.О. Метод предельных уравнений исследования устойчивости для уравнений с бесконечным запаздыванием в условиях Каратеодори. I. // Дифференциальные уравнения. 2014. Т. 50. № 5. С. 572–583.
2. Hale J., Kato J. Phase space for retarded equations with infinite delay // Funkcialaj Ekvacioj. 1978. Vol. 21. P. 11–41.
3. Разумихин Б.С. Об устойчивости систем с запаздыванием // Прикл. матем. и механ. 1956. Т. 20. № 4. С. 500–512.
4. Seifert G. Uniform stability for delay-differential equations with infinite delay // Funkcialaj Ekvacioj. 1982. Vol. 25. P. 347–356.
5. Haddock J. and Terjéki J. On the location of positive limit sets for autonomous functional differential equations with infinite delay // J. Differential equations. 1990. Vol. 86. P. 1–32.
6. Седова Н.О. К методу Ляпунова-Разумихина для уравнений с бесконечным запаздыванием // Диффер. уравнения. 2002. Т. 10. С. 1338–1347.
7. Седова Н.О. Устойчивость в системах с неограниченным последствием // Автоматика и телемеханика. 2009. № 9. С. 128–140.

О ПОВЕДЕНИИ УПРУГО ЗАКРЕПЛЕННОЙ ПЛАСТИНЫ В ПОТОКЕ СРЕДЫ

Ю.Д. Селюцкий

НИИ механики МГУ, Мичуринский пр-т 1, 119192, Москва, Россия
seliutski@imec.msu.ru

Явлению флаттера, т.е. возникновению самовозбуждающихся колебаний упруго закрепленных конструкций в потоке, посвящено множество работ. Огромный интерес к изучению этого эффекта обусловлен тем, что он может приводить к ускоренному износу или даже разрушению технических объектов. Это делает исключительно важным исследование путей устранения флаттера или, по крайней мере, минимизации амплитуды колебаний.

С другой стороны, автоколебания, возникающие в системах, находящихся под действием как аэродинамических сил, так и сил упругости (такие системы называют аэроупругими), можно использовать в качестве средства преобразования энергии потока в полезную энергию. Устройство такого типа может генерировать электроэнергию, например, за счет пьезоэлектрического эффекта. В последнее время возник устойчивый интерес к разработке подобного рода систем (например, [1, 2]).