Литература

1. Мармыш, Д.Е. Непрерывные в полупространстве аналитические решения для равномерного и полиномиального распределений нормальных усилий по треугольной и прямоугольной областям. / Д.Е. Мармыш, С.С. Щербаков // Трибофатика: труды VI симп. по трибофатике МСТФ 2010, Минск 25 окт. – 1 ноябр. В 2 ч. Ч. 2. – Мн., БГУ, 2010. – С. 369 – 377.
2. Мармыш, Д.Е. Моделирование напряжений в полуплоскости при действии распределенной нагрузки методом граничных элементов / Д.Е. Мармыш // Теоретическая и прикладная механика: междунар. научно-техн. сборник. Вып. 27. Мн.: БНТУ, 2012. – 374 с. С. 285 – 289.
3. Журавков, М.А. Фундаментальные решения теории упругости и некоторые их применения в геомеханике, механике грунтов и оснований / М.А. Журавков. – Мн.: БГУ, 2008. – 310 с.

МЕТОД ПРЯМОГО ПОСТРОЕНИЯ МАТРИЦЫ ЖЕСТКОСТИ

Нагорный Ю. Е.

БГУ, Минск, Беларусь, e-mail: nagorny.yury@gmail.com

Покажем, как исходя из самых общих принципов классической механики и МКЭ, можно сформировать матрицу жесткости структурного элемента и на этой основе построить конечноэлементную модель системы связанных атомов. Если нет каких-либо специальных ограничений, каждый атом взаимодействует со всеми остальными. Начнем с одномерного случая – движения по прямой. Если частиц N, то степеней свободы также N, а размерность матрицы жесткости $N\times N$. В силу ее симметричности $(N^2\text{-}N)/2$ элементов, лежащих выше главной диагонали, могут быть выражены через расположенные ниже. Рассмотрим первый столбец. Будем исходить из фундаментального положения МКЭ, состоящего в том, что элементы любого столбца матрицы жесткости представляют из себя уравновешенную систему сил необходимых для того, чтобы переместить один из узлов (материальную точку) на единицу длины вдоль соответствующей степени свободы, оставив при этом остальные неподвижными. Таким образом, первое условие равновесия, уравнение статики для сил, позволяет нижний элемент выразить через верхние элементы первого столбца. Также можно поступить со следующими $N-2$ столбцами.

Следовательно, независимые параметры находятся в треугольной части подматрицы размера $(N-1)\times(N-1)$ и их количество подсчитывается по формуле:

$$N_{01}=\frac{(N-1)^2-(N-1)}{2}+N-1=\frac{(N-1)N}{2}. \quad (1)$$

В случае плоского движения число степеней свободы у системы $2N$, условий равновесия для каждого столбца матрицы жесткости три: два уравнения статики для проекций сил и одно для моментов. Поэтому формула подсчета числа силовых постоянных примет вид:

$$\frac{(2N-3)^2-(2N-3)}{2}+2N-3=\frac{(2N-3)(2N-2)}{2}=(2N-3)(N-1). \quad (2)$$

За счет выбора ориентации осей координат, это число можно уменьшить еще на единицу:

$$N_{02}=(2N-3)(N-1)-1. \quad (3)$$

При наличии у каждого атома трех степеней свободы, матрица жесткости имеет размер $3N \times 3N$. Условий равновесия по столбцам матрицы, записанных относительно проекций сил и моментов на декартовы оси теперь шесть. Поэтому формула подсчета количества независимых силовых постоянных следующая:

$$N_{03} = \frac{(3N-6)^2 - (3N-6)}{2} + 3N - 6 - 3 = \frac{(3N-6)(3N-5)}{2} - 3. \tag{4}$$

Вычитание тройки связано с учетом трех параметров поворота системы координат.

Естественно, наличие элементов симметрии в структуре понижает число независимых параметров. Формулы (3), (4) не распространяются на особые случаи, когда часть материальных точек лежит на прямой или в плоскости.

ПРИМЕНЕНИЕ ФОРМИРУЮЩИХ ФИЛЬТРОВ ДЛЯ СОЗДАНИЯ ШУМОВЫХ ПОЛУТОНОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ И ВИДЕОПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ С ЗАДАННЫМИ СВОЙСТВАМИ

Овсянников А. В.

БГУ, Минск, Беларусь, e-mail: andovs@tut.by

Развитие методов и алгоритмов нелинейной фильтрация цифровых полутоновых изображений и видеопоследовательностей требует разработки адекватных многомерных математических моделей шумовых процессов.

Реальные шумы изображения могут иметь разнообразные контуры, границы, резкие перепады яркости, стационарный или, в общем случае, нестационарный характер динамики их изменения. Статистическое описание таких шумовых процессов может носить принципиально негауссовский вид распределения шума пикселей, профиля яркости и, кроме того, предполагать наличие покадровой и внутрикадровой статистической взаимосвязи компонентов.

В этой связи, использование условных непрерывнозначных масштабируемых марковских процессов, вместо дискретнозначных, значительно расширяет возможности более адекватного и полного математического описания реальных шумов изображений.

Система уравнений формирующих фильтров переменных состояния X и сопутствующих параметров Y для элемента изображения имеет вид

$$\begin{cases} z_{k+1} = \Phi_k(z_k) + G_k n_k, \\ z_k = [x_k, y_k], \end{cases} \tag{1}$$

где Φ и G – заданные функции своих аргументов соответствующих размерностей, n – вектор гауссовских случайных процессов с нулевым математическим ожиданием и дельтообразной корреляционной функцией ($N\delta_{ij}/2$). Связь между функцией Φ и плотностью распределения π_k определяется оптимальной разностной схемой (1), где