ВЕРОЯТНОСТЬ РАЗОРЕНИЯ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ ЗА КОНЕЧНОЕ ВРЕМЯ ПРИ ДИСКРЕТНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ РАЗМЕРОВ ИСКОВ И ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФУНКЦИИ ВЗНОСОВ

П.М. Лаппо, Ю.А. Гришкевич
Белорусский государственный университет

Одной из традиционных характеристик платежеспособности страховщика является вероятность разорения, которая учитывается при расчете резервов и премий за предоставляемые страховые услуги. Изучению вероятности разорения посвящена многочисленная литература. Наиболее полный обзор результатов по данному направлению можно найти в [1]. В этой работе отмечается, что аналитические выражения для вероятности разорения можно получить лишь в некоторых частных случаях, и поэтому важным является получение рекуррентных соотношений для вероятности разорения, которые могут быть реализованы численно с использованием компьютера. В настоящей работе приводится рекуррентное соотношение для нахождения вероятности разорения страховой компании за конечное время при дискретном распределении размеров исков и произвольной неубывающей функции взносов.

Предположим, что динамика фонда страховой компании описывается равенством:

$$U_n = u + c(n) - S_n, \qquad n = 1,2,\dots$$

где u- начальный фонд компании, $c(n)$- произвольная неубываюшая функция взносов, u и $c(n)$, $n=1,2,\dots$, принимают целые неотрицательные значения. S_n- размер совокупного иска в момент n. Пусть $S_n = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$, где X_i, $i=1,2,\dots,n$ независимые одинаково распределенные случайные величины, определенные на вероятностном пространстве (Ω, F, P), принимающие целые неотрицательные значения. Обозначим $P(X_1 = k) = p_k$, $k = 0,1,2\dots$, $\psi_n(u)$- вероятность разорения в момент n, то есть

$$\psi_n(u) = P(U_1 \geq 0, U_2 \geq 0, \dots, U_{n-1}, U_n \leq 0).$$

Введем обозначения:

$$k_i = u + c(i), i = 1,2, \dots n\,.$$

Справедлива следующая теорема

Теорема 1.

При сделанных выше предположениях, вероятность разорения страховой компании в n*-ом периоде можно вычислить по формуле*:

$$\psi_1(k_1) = 1 - \sum_{k=0}^{k_1} p_k \ ,$$

$$\psi_n(k_1, \dots, k_n) = \sum_{k=0}^{k_1} p_k \psi_{n-1}(k_2 - k, \dots, k_n - k), \ n=2,3, \dots$$

На рисунках 1 и 2 приводятся графики для вероятности разорения при геометрическом распределении размеров исков и линейной и квадратичной функциях взносов.

Рис.1

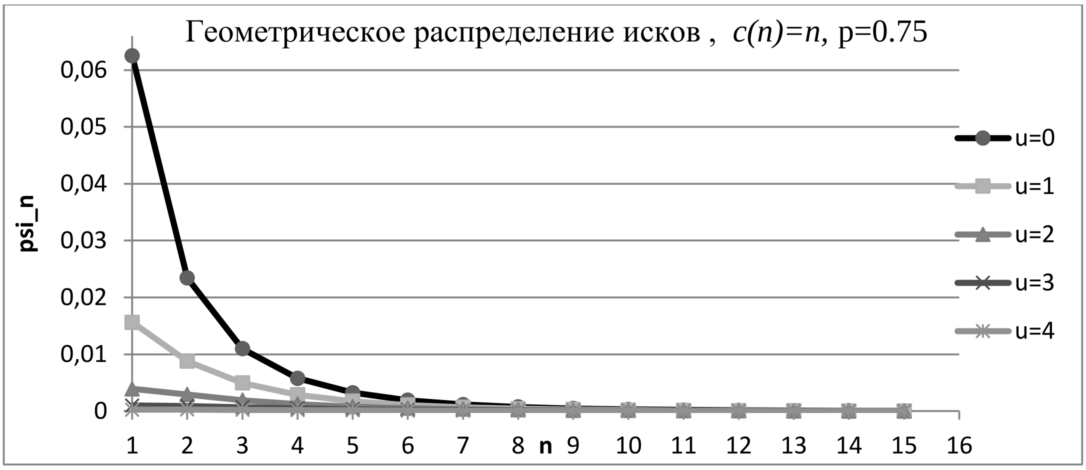
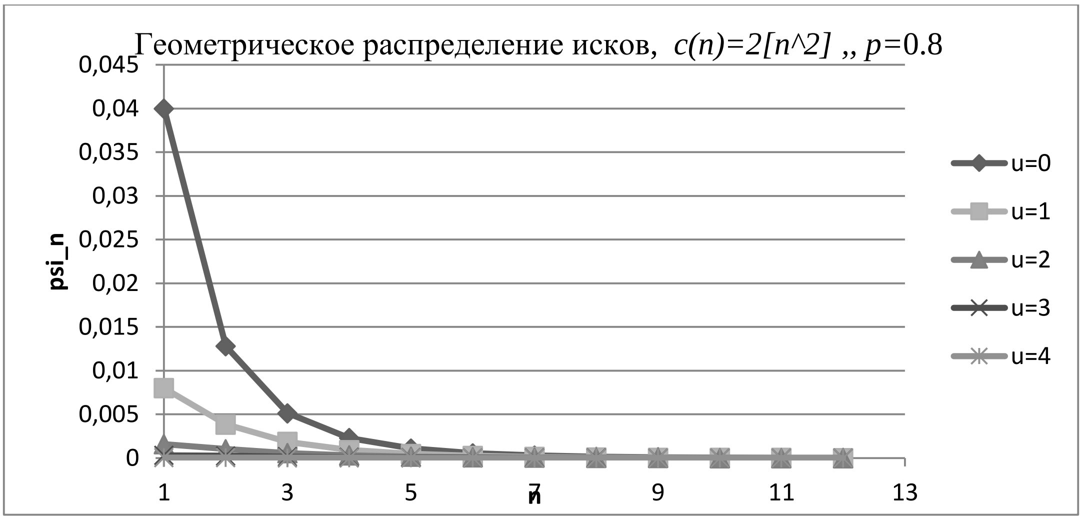


Рис.2



Отметим, что для случая геометрического распределения исков и линейной функции взносов известны аналитические выражения для вероятности разорения. Они приводятся в работе [2]. Расчеты, проведенные по рекуррентным формулам, показывают полное совпадение результатов. При абсолютно непрерывном распределении исков рекуррентные соотношения теоремы также позволяют вычислить оценку вероятности разорения с любой наперед заданной точностью. При этом необходимо изменить соответствующим образом масштаб денежных единиц и рассмотреть дискретную аппроксимацию размеров исков.

Литература.

1. Asmussen, S. Albrecher H. Ruin Probabilities. World Scientific. – 2010. – 609p.
2. Chan, W. Direct Derivation on Finite-Time Ruin Probabilities in the Discrete Risk Model with Exponential or Geometric Claims / W. Chan, L. Zhang // North American Actuarial Journal. – Vol. 10. – № 4. – P. 269–279.