

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

« 14 » _____ 2018 г.  О.И. Кубрис

Регистрационный № УД-557/уч.



**Пошаговые методы численного решения начальных задач для
обыкновенных дифференциальных уравнений**

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности**

1-31 03 03

Прикладная математика (по направлениям)

направление специальности

1-31 03 03-01

Прикладная математика (научно-производственная деятельность)

2018 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 03-2013 и учебного плана УВО № G31-173/уч. 2013 г. от 30.05.2013

СОСТАВИТЕЛЬ

В.В. Бобков, профессор кафедры вычислительной математики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой вычислительной математики (протокол № 14 от 19.04.2018);

Научно-методическим Советом БГУ (протокол № 5 от 04.05.2018)

Зав. кафедрой  (В.В. Ремников)


ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина "Пошаговые методы численного решения начальных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений" является первой из серии дисциплин специализации, направленных на подготовку разработчиков вычислительных алгоритмов для анализа математических моделей, связанных с использованием дифференциальных уравнений, преимущественно обыкновенных. Здесь вводятся главные понятия теории численных методов общего назначения, рассматриваются классические и новые подходы к их построению, анализируются основные способы математического описания соответствующих приближенным методам ошибок. Изучаются как ставшие уже классическими, так и последние достижения в данном научном направлении.

В результате изучения данной дисциплины студенты должны получить навыки конструирования и исследования численных методов решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем таких уравнений.

Цель учебной дисциплины «Пошаговые методы численного решения начальных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений» – получение студентами навыков конструирования численных алгоритмов, способных эффективно решать задачу Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений на реальных сетках.

В рамках поставленной цели **задачи** учебной дисциплины состоят в следующем:

- формирование у студентов твердых навыков по выбору алгоритмов для решения конкретной задачи (ориентируясь на вид поставленной задачи и теоретические характеристики соответствующего алгоритма);
- освоение классических и современных подходов к конструированию эффективных численных методов решения эволюционных задач.

Учебная дисциплина «Пошаговые методы численного решения начальных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений» относится к циклу дисциплин специализации (1-31 03 03-01 04 Численные методы).

Основой для изучения методов численного анализа являются учебные дисциплины «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Методы численного анализа» типового учебного плана.

Учебный материал, излагаемый в дисциплине, связан с учебной дисциплиной «Численные методы математической физики» государственного компонента и «Методы численного решения жестких систем» цикла дисциплин специализации.

В результате изучения дисциплины студент должен **знать:**

- основные требования, предъявляемые к численным методам решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений;

- подходы к конструированию приближенных методов решения задачи Коши;
- требования, предъявляемые к численным методам, предназначенным для решения жестких задач;
- способы исследования характеристик численных методов;
- способы построения адаптивных сеток;

уметь:

- строить одношаговые методы решения задачи Коши способом Рунге-Кутты, а также на пути последовательного повышения порядка точности;
- исследовать свойства численных методов, предназначенных для решения задачи Коши;
- применять численные методы для практического интегрирования задач Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений;

владеть:

- основными понятиями теории численных методов решения задачи Коши;
- приемами построения одношаговых численных методов решения задачи Коши;
- навыками самообразования и способами использования аппарата теории численных методов решения задачи Коши для проведения математических и междисциплинарных исследований.

Освоение учебной дисциплины «Пошаговые методы численного решения начальных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений» должно обеспечить формирование следующих академических, социально-личностных и профессиональных компетенций:

академические компетенции:

- АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.
- АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.
- АК-3. Владеть исследовательскими навыками.
- АК-4. Уметь работать самостоятельно.

социально-личностные компетенции:

- СЛК-1. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

профессиональные компетенции:

- ПК-1. Работать с научно-технической, нормативно-справочной и специальной литературой.
- ПК-2. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области прикладной математики

В соответствии с учебным планом специальности всего на изучение учебной дисциплины отведено 54 учебных часа, из них 34 аудиторных часа (лекции).

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 2 зачетных единицы.

Форма текущей аттестации – зачет в 5 семестре.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел I. Основные источники и составные части погрешности приближенного решения

Тема 1.1. Введение

Рассматривается краткая история вопроса, приводятся примеры наиболее важных сфер приложения изучаемого материала, дается качественный анализ современного состояния вопроса, обсуждаются наиболее важные нерешенные проблемы.

Тема 1.2. Постановка начальной задачи и простейшие численные методы

Постановка начальной задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений, ее простейшие разностные аппроксимации. Явный и неявный методы Эйлера, их геометрический смысл. Одношаговые и многошаговые численные методы. Общий вид явного и неявного одношагового метода.

Тема 1.3. Классификация погрешностей

Погрешность приближенного решения. Ошибки входных данных и неустранимая погрешность. Контрактивность. Ошибки округления и вычислительная погрешность. Погрешность замены, погрешность аппроксимации и погрешность метода. Локальная и полная погрешности метода. Сходимость явного метода Эйлера. Порядок точности метода. Невязка точного решения на аппроксимирующей задаче, ее связь с локальной погрешностью метода. Недостатки классического подхода к описанию и оценкам локальной ошибки. Понятие локальной производной приближенного решения. Невязка приближенного решения на исходной дифференциальной задаче (дифференциальная невязка), ее связь с локальной ошибкой метода. Интегральная невязка.

Раздел II. Построение численных методов на основе разложения решения по малому параметру

Тема 2.1. Пошаговый вариант метода рядов

Пошаговый вариант метода рядов и его разностные аналоги. Простейшие варианты разностных аппроксимаций производных, пригодные для конструирования одношаговых методов. Вычислительная неустойчивость разностной аппроксимации производных.

Тема 2.2. Методы Рунге-Кутты

Способ Рунге-Кутты построения одношаговых методов. Способы оценки погрешности.

Раздел III. Квадратурный подход к построению одношаговых методов

Тема 3.1. Способ последовательного повышения порядка точности

Непосредственное использование квадратурных формул, его ограниченные возможности. Семейство схем с весами, выбор весовых параметров. Построение многомодульных методов на основе принципа последовательного повышения порядка точности. Многомодульные методы предсказывающе-исправляющего характера.

Раздел IV. Вычислительные алгоритмы типа последовательного приближения

Тема 4.1. Простейшие алгоритмы методов типа последовательных приближений

Последовательные приближения Пикара. Простейшие варианты метода последовательных поправок, рекурсивные алгоритмы его численной реализации. Простейшие методы последовательных дифференциальных или интегральных невязок.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Лабораторные занятия		
1	Основные источники и составные части погрешности приближенного решения				Контрольная работа по темам 1.1-1.3
1.1	Введение	2			
1.2	Постановка начальной задачи и простейшие численные методы	2			Экспресс-опрос
1.3	Классификация погрешностей	10			Экспресс-опрос
2	Построение численных методов на основе разложения решения по малому параметру				Коллоквиум
2.1	Пошаговый вариант метода рядов	4			
2.2	Методы Рунге-Кутты	2			
3	Квадратурный подход к построению одношаговых методов				
3.1	Способ последовательного повышения порядка точности	4			Экспресс-опрос
4	Вычислительные алгоритмы типа последовательного приближения				Контрольная работа по темам 3.1.1-4.1
4.1	Простейшие алгоритмы методов типа последовательных приближений	10			
	Всего	34			

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. *Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И.* Начала теории вычислительных методов. Дифференциальные уравнения. Изд-во «Наука и техника», Минск. 1982. – 286 с.
2. *Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.* Численные методы: Учебное пособие. – Бином. Лаборатория знаний, 2011. – 640 с.
3. *Самарский А.А.* Введение в численные методы. Изд-во «Лань», СПб. 2009. – 288 с.

Перечень дополнительной литературы

4. *Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И.* Вычислительные методы, т. 2, Изд-во «Наука», Москва. 1977. – 400 с.
5. Хайрер Э., Нерсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. Изд-во «Мир», Москва. 1990. – 512 с.
6. *Бобков В.В.* Об одном способе построения одношаговых правил приближенного решения дифференциальных уравнений. Изв. АН БССР, сер. физ.-мат. наук, № 4. – С. 27 – 35.

Перечень рекомендуемых средств диагностики

Для текущего контроля качества усвоения знаний студентами используется следующий диагностический инструментарий:

- письменные контрольные работы;
- коллоквиумы;
- устные экспресс-опросы.

Письменные контрольные работы проводятся для контроля знаний по одному или нескольким разделам курса. Они включают, как правило, 4-5 заданий и оцениваются по 10-балльной шкале. В случае неудовлетворительной оценки контрольная работа может быть переписана.

Коллоквиум представляет собой персональную устную беседу преподавателя со студентом с целью определения уровня знаний по пройденным темам. Для более точной оценки коллоквиум может включать дополнительный письменный этап. По результатам коллоквиума выставляется оценка по 10-балльной шкале.

Устный экспресс-опрос студентов проводится в свободной форме в течение лекции. Его результаты учитываются преподавателем при выставлении рейтинговой оценки в конце семестра.

Методика формирования итоговой оценки

Итоговая оценка формируется на основе:

1. Правил проведения аттестации студентов (Постановление Министерства образования Республики Беларусь №53 от 29 мая 2012 г.);
2. Положения о рейтинговой системе оценки знаний по дисциплине в БГУ (Приказ ректора БГУ от 18.08.2015)
3. Критериев оценки знаний студентов (письмо Министерства образования от 22.12.2003 г.)

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу
Численные методы математической физики	Кафедра вычислительной математики	Нет	Изменений не требуется, протокол № 14 от 19.04.2018
Методы численного решения жестких систем	Кафедра вычислительной математики	Нет	Изменений не требуется, протокол № 14 от 19.04.2018

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 201_ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
