

# МНОГОФАКТОРНЫЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ С ЗАДАНЫМИ ЭЛАСТИЧНОСТЯМИ ВЫПУСКА И ПРОИЗВОДСТВА

Г. А. Хацкевич (Минск, Беларусь), А. Ф. Проневич (Гродно, Беларусь)

Понятие производственной функции (ПФ), описывающей зависимость выпуска от затрат, является фундаментальным в математическом моделировании микро- и макроэкономических процессов. Основная ценность таких моделей заключается в том, что они позволяют в простой и наглядной форме представить сложные закономерности производства, а также выполнить глубокий экономический анализ производственного процесса [1]. Ввиду большого разнообразия экономических процессов одной из основных проблем при их моделировании становится задача выбора аналитической формы ПФ (см., например, [1–5]).

В данной работе решены обратные задачи восстановления многофакторной ПФ исходя из заданной эластичности выпуска или эластичности производства. Выделены классы ПФ, соответствующие заданной (постоянной, линейной, дробно-линейной, степенной и др.) эластичности выпуска или эластичности производства. Способ построения ПФ основан на нахождении решений дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка.

Например, когда известна эластичность производства имеет место

**Теорема.** Пусть для некоторого производственного процесса задана эластичность производства  $\varepsilon: G \rightarrow \mathbb{R}$ . Тогда этот производственный процесс на экономической области  $G \subset \mathbb{R}_+^n$  описывается одной из ПФ вида

$$f_\varphi: x \rightarrow \varphi\left(\frac{x_1}{x_n}, \dots, \frac{x_{n-1}}{x_n}\right) \exp\left(\int \frac{\varepsilon(C_1 x_n, \dots, C_{n-1} x_n, x_n)}{x_n} dx_n\right) \Big|_{C_i = \frac{x_i}{x_n}, i=\overline{1, n-1}},$$

где произвольная неотрицательная функция  $\varphi \in C^1(\mathbb{R}_+^{n-1})$ .

## Литература

1. Клейнер Г.Б. *Производственные функции: теория, методы, применение*. М.: Финансы и статистика (1986).
2. Горбунов В.К. *Производственные функции: теория и построение*. Ульяновск: УлГУ (2013).
3. Khatskevich G.A., Pranevich A.F. On quasi-homogeneous production functions with constant elasticity of factors substitution. *Journal of Belarussian State University. Economics*. No. 1 (2017), pp. 46–50.
4. Хацкевич Г.А., Проневич А.Ф. Квазиоднородные производственные функции единичной эластичности замещения факторов по Хиксу. *Экономика, моделирование, прогнозирование*. Вып. 11 (2017), с. 135–140.
5. Хацкевич Г.А., Проневич А.Ф., Медведева В.Ю. Двухфакторные производственные функции с заданными эластичностями выпуска и производства. *Бизнес. Инновации. Экономика*. Вып. 1 (2017), с. 110–119.