СУЩЕСТВОВАНИЕ АССОЦИИРОВАННЫХ РЕШЕНИЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ОБОБЩЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

С. А. Спасков, А. К. Хмызов (Минск, Беларусь)

Рассматривается следующая краевая задача

$$\dot{X}\left(t\right)=\dot{L}\left(t\right)X\left(t\right), \tag{1}$$

$$M_1X\left(0\right)+M_2X\left(b\right)=Q. \tag{2}$$

Здесь $t\in T=[0;b]\subset\mathbb{R}$, $X:T\to\mathbb{R}^p$, $L:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^{p\times p}$, $L\left(t\right)=\left(L^{ij}\left(t\right)\right)$ где $i,j=1,...,p$ и $L^{ij}\left(\cdot\right)$ — непрерывные справа функции ограниченной вариации, $L^{ij}\left(t\right)|_{(-\infty;0]}=0$, $L\left(t\right)|_{[b;+\infty]}=L\left(b\right)$. $M_1,M_2\in\mathbb{R}^{p\times p}$, $Q\in\mathbb{R}^p$. Исследуется предельное поведение решений представлений исходной задачи в виде соответствующих конечно-разностных с осреднением задач (см. [1], [2]).

$$X_n\left(t+h_n\right)-X_n\left(t\right)=\left(L_n\left(t+h_n\right)-L_n\left(t\right)\right)\cdot X_n\left(t\right), \tag{3}$$

$$M_1X_n\left(t\right)|_{t\in[0,h_n)}+M_2X_n\left(m_bh_n+t\right)|_{t\in[0,h_n)}=Q_n\left(t\right)|_{t\in[0,h_n)}, \tag{4}$$

где $n\in\mathbb{N}$, $h_n\in\mathbb{R}$, $h_n<b$ — произвольные фиксированные числа, m_b — целая часть числа $\dfrac{b}{h_n}$, $Q_n:[0,h_n)\to\mathbb{R}^p$ — заданная вектор-функция, $L_n\left(t\right)=\left(\left(L^{ij}*{\rho^{ij}}_n\right)\left(t\right)\right)$, ${\rho^{ij}}_n\left(t\right)=\gamma^{ij}\left(n\right)\rho\left(\gamma^{ij}\left(n\right)t\right)$, $\rho\in C^\infty\left(\mathbb{R}\right)$, $\operatorname{supp}\rho\subset[0;1]$, $\int\limits_0^1\rho\left(s\right)ds=1$; γ^{ij} — монотонная функция, $\gamma^{ij}\left(n\right)\xrightarrow[n\to\infty]{}\infty$. Пусть

$$\begin{aligned}X(t)=(E-H_B^+H_B)C_0+H_B^+Q+\int_0^t dL^c(s)X(s)+\\+\sum_{\mu_l\le t}(\phi_l(X(\mu_l),1))-\phi_l(X(\mu_l),0)),\end{aligned} \tag{5}$$

где $C_0\in\mathbb{R}^p$, $H_B=M_1+M_2B(b,0)$, H_B^+ — псевдообратная матрица Мура–Пенроуза для H_B, $\phi_l(\cdot,\cdot)$ — решение вспомогательной системы уравнений (см. [3]), $L^c(t)$ — непрерывная часть $L(t)$, μ_l — точки разрыва функции $L(t)$, $B(t,s)$ — ассоциированная фундаментальная матрица, соответствующая системе (5).

Теорема. Пусть для некоторой последовательности Q_n выполняется $\|Q_n-Q\|_{L_1}\xrightarrow[n\to\infty]{}0$. Тогда, если существует $X(t)$ такое, что $\|X_n(t)-X(t)\|_{L_1}\xrightarrow[n\to\infty,h_n\to0]{}0$, то $X(t)$ определяется из системы (5).

Литература

1. *Лазакович Н.В.* Стохастические дифференциалы в алгебре обобщенных случайных процессов *Докл. АН Беларуси.* Т. 38. № 5 (1994), с. 23—27.

2. *Yablonski A.L.* Differential equations with generalized coefficients *Nonlinear Analysis* Vol. 63. (2005), pp. 171–197.

3. *Лазакович Н.В., Хмызов А.К., Яблонский О.Л.* Задача Коши для систем дифференциальных уравнений с обобщенными коэффициентами в прямом произведении алгебр мнемофункций. *Докл. АН Беларуси.* Т. 55. № 2 (2011), с. 5–10.