ИНТЕГРИРУЮЩИЙ МНОЖИТЕЛЬ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ АБЕЛЯ

А. А. Самодуров, Е. И. Федорако (Минск, Беларусь)

Рассмотрим дифференциальное уравнение Льенара первого порядка

$$yy' + f(x)\,y + g(x) = 0, \tag{1}$$

где $f(x)$ и $g(x)$ — непрерывно дифференцируемые функции, обеспечивающие существование и единственность решения локальной задачи Коши на некотором промежутке. Выполним в уравнении (1) замену переменной по формуле $y(x) = \frac{1}{z(x)}$, где $z(x)$ — новая неизвестная функция, в результате чего получим уравнение

$$z' = f(x)\,z^2 + g(x)\,z^3. \tag{2}$$

Если известно частное решение уравнения Абеля общего вида

$$y' = a_3(x)\,y^3 + a_2(x)\,y^2 + a_1(x)\,y + a_0(x)\,,$$

то уравнение (2) получаем из него с помощью замены переменных ([1]). Будем искать интегрирующий множитель для уравнения (2) в достаточно общем виде

$$\mu(x,z) = \prod_{j=1}^{n} \left(z + \phi_j(x)\right)^{\alpha_j}, \tag{3}$$

где $\phi_j(x)$ — дифференцируемые функции переменной x, α_j — постоянные, $j = \overline{1,n}$.

Теорема. Для того чтобы уравнение (2) допускало интегрирующий множитель вида (3), необходимо и достаточно, чтобы при некотором выборе постоянных α_j, $j = \overline{1,n}$, была совместна система

$$\left\{\begin{array}{c} 2g\sum_{j=1}^{n}\alpha_j + 3 = 0, \\ 2f\left(\sum_{j=1}^{n}\alpha_j + 1\right) + 2g\left(\alpha_1\sum_{j=2}^{n}\phi_j + \alpha_2\sum_{\substack{j=1\\ j\neq 2}}^{n}\phi_j + \ldots + \alpha_n\sum_{j=1}^{n-1}\phi_j\right) + \\ +3g\sum_{j=1}^{n}\phi_j = 0, \\ \ldots \\ \sum_{j=1}^{n}\alpha_j\frac{\phi_j'}{\phi_j} = 0. \end{array}\right.$$

Условия существования интегрирующего множителя иного вида для уравнения Абеля получены в работе [2].

Литература

1. *Эрроусмит Д., Плейс. К. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Качественная теория с приложениями.* Перевод с англ. М.: Мир, 1986. – 243 с.

2. *Самодуров А.А.* Интегрирующий множитель уравнения Абеля. *Дифференциальные уравнения.* т. 24 № 5 (1988), с. 907–909.