О ДВУХ СИСТЕМАХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ОДНОРОДНЫМИ НЕЛИНЕЙНОСТЯМИ ЧЕТВЕРТОЙ СТЕПЕНИ

А. П. Садовский (Минск, Беларусь)

Теорема 1. Система

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x(1-(x-y)(x^2-xy+2y^2)),\\ \dot{y} &= y(-1-8x^3+(5x+4y)(x^2-y^2)) \end{aligned} \tag{1}$$

имеет интегрирующий множитель вида

$$\mu(x,y) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} f_{2k}(x,y),$$

где f_{2k} – однородные полиномы $2k$-той степени.

Доказательство вытекает из соотношения

$$\begin{gathered}(mx(3x^2-4xy-5y^2)+7(x^3-2x^2y+3xy^2+2y^3))f_{2m}(x,y)-\\ -(1+m)(3x+y)f_{2m+2}(x,y)+2y(x+y)((x^2-2xy+3y^2)f'_{2m,y}(x,y)+\\ +f'_{2m+2,y}(x,y))=0.\end{gathered}$$

Теорема 2. Система

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x+x(27bx^2(4(b-9)x+3(b-7)y)-9by^2(8bx-3(9+b)y)),\\ \dot{y} &= -y+y(27bx^2(24y-(9+b)x)+9by^2((7b-81)x+12(b-9)y)) \end{aligned}$$

обладает интегралом вида

$$U = xy + xy\sum_{k=1}^{\infty}(x+y)^k p_{2k}(x,y),$$

где p_{2k} – однородные полиномы $2k$-той степени.

Доказательство вытекает из равенства

$$\begin{gathered}9b((3(b-15)x+(5b-27)y)(3x^2-2xy+3y^2)+6m(3(3-b)(x-y)y^2+\\ +2(b-9)x^2(3x+y)))p_{2m}(x,y)+(1+m)(3x+y)p_{2m+2}(x,y)+\\ +y(x+y)(27b(y-x)((5b-27)x+3(b-15)y)p'_{2m,y}(x,y)-2p'_{2m+2,y}(x,y))=0.\end{gathered}$$

Теоремы 1 и 2 дополняют результаты работы [1].

Литература

1. *Fercec B., Gine J., Liu Y., Romanovski V.G.* Integrability conditions for Lotka-Volterra planar complex quadratic systems having homogeneous nonlinearities. *Acta Appl Math.* V. 124 (2013), pp. 107–122.