

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ИНВАРИАНТЫ В ТЕОРИИ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ТРЕЩИН

В. А. Нифагин (Минск, Беларусь)

В задачах о жестких концентраторах напряжений асимптотические решения находятся с некоторой степенью произвола. В линейной постановке возникающая неопределенность ассоциируется с зависимостью коэффициента интенсивности напряжений с геометрическими параметрами тела и соответственно с краевыми условиями задачи. Для нелинейной упругости (деформационной теории пластичности) главный член ряда в окрестности сингулярной точки (вершины статической трещины) включает неопределенный множитель вместе с заранее неизвестным порядком сингулярности, характеризующий т.н. сверхтонкую структуру. В случае достаточно размерных трещин и малых пластических областей должна рассматриваться асимптотика тонкой структуры (правильная часть разложения). Для распространяющейся трещины степень неопределенности увеличивается. Количество характерных асимптотик в этом случае возрастает до трех. Добавляется длина трещины, отыскиваемая с точностью до аддитивной постоянной. Возникающие при этом математические трудности (число граничных условий не соответствует порядку дифференциального уравнения) решаются различными методами, одним из наиболее эффективных среди которых как в теоретическом, так и в прикладном смысле является применение инвариантного энергетического J -интеграла Черепанова-Райса. Из законов сохранения запишем функционал

$$J = \oint_{\gamma} \left(W n_1 + \frac{1}{2} \rho l^2 u_{i,x} \cdot u_{i,x} n_1 - H n_1 - \sigma_{ik} n_k u_{i,x} - q_{i,x} \right) ds,$$

здесь

$$H = \int \rho F_i u_{i,x} dx, \quad \sigma_{ik,k} = \rho F_i,$$

заданный на распределении σ_{lk} по любому замкнутому контуру γ , расположенному в нормальной плоскости к трещине и $0 \in \text{int} \gamma$, W — внутренняя плотность энергии, $q_{i,x}$ — вектор теплового потока, H — работа внешних сил.

Заметим, что от классической механической формы записи J -интеграла приведенная отличается наличием явных термодинамических характеристик состояния. Известна несогласованность решений краевых упругопластических задач в инкрементальной постановке с энергетическими критериями для растущей трещины, что связано со спецификой свойств их решений — существованием областей с различными полями напряжений и сложными путями нагружения в окрестности вершины трещины, диссипацией пластической работы и возникновением необратимых тепловых процессов в рамках термодинамической упругопластической среды.