ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ЯДРОМ КОШИ ПЕРВОГО РОДА

В. С. Мастяница (Минск, Беларусь)

В [1] получены явные формулы, дающие решение уравнения

$$a(x)\frac{1}{\pi}\int\limits_{-1}^{1}\frac{\varphi(t)}{t-x}dt+\frac{\lambda}{\pi}\int\limits_{-1}^{1}\frac{b(t)\varphi(t)}{t-x}dt=f(x),\quad -1<x<1,$$

в предположении, что $a(x)=b(x)=p(x)=(1-x)^{\alpha}(1+x)^{\beta}$ и числа α и β удовлетворяют одному из следующих условий $\alpha+\beta=1,\ \alpha+\beta=0,\ \alpha+\beta=-1,\ \alpha\neq 0,\ \beta\neq 0$; $f(x)$ — заданная функция из класса Гельдера, λ — вещественный параметр, отличный от нуля. Для случая $\alpha+\beta=0,\ \alpha<0,\ \beta>0$ решением класса функций $h(1)$ (т.е. функций Гельдера, допускающих интегрируемую особенность в точке $x=-1$) является функция

$$\varphi(x)=-\frac{1}{(1+\lambda)(\lambda+tg^2\mu\pi)}\times$$

$$\times\left(tg^2\mu\pi\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{\mu}p(x)\frac{1}{\pi}\int\limits_{-1}^{1}\frac{1}{p(t)}\left(\frac{1-t}{1+t}\right)^{\mu}\frac{f(t)}{t-x}dt+\right.$$

$$\left.+\lambda\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{\frac{\theta}{\pi}}\frac{1}{\pi}\int\limits_{-1}^{1}\left(\frac{1-t}{1+t}\right)^{\frac{\theta}{\pi}}\frac{f(t)}{t-x}dt\right),$$

$$-1<x<1,\quad \mu>0,\quad 0<\theta<\frac{\pi}{2},\quad -\alpha+\mu<1.$$

Применив для сингулярных интегралов квадратурные формулы [2], получим формулу приближённого решения

$$\varphi_n(x)=-\frac{1}{(1+\lambda)(\lambda+tg^2\mu\pi)}\left(tg^2\mu\pi\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{\mu}p(x)\sum_{i=1}^{n}A_i(x)f(t_i)+\right.$$

$$\left.+\lambda\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{\frac{\theta}{\pi}}\sum_{i=1}^{n}B_i(x)f(t_i)\right),\quad -1<x<1.$$

Погрешность приближенного решения определяется погрешностью применяемых квадратурных формул.

Литература

1. *В.С. Мастяница, Р. Смажевский, М.А. Шешко.* Решение в замкнутой форме одного класса сингулярных интегральных уравнений с ядром Коши первого рода. *Доклады НАН РБ.* Т. 50, № 2 (2006), с. 20–24.

2. *Шешко М.А.* О сходимости квадратурных процессов для сингулярного интеграла. *Известия вузов. Математика.* № 12 (175) (1976), с. 108–118.