

СВЯЗЬ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛОВ И ОБОБЩЕННЫХ ФУНКЦИЙ

В. В. Кашевский (Минск, Беларусь)

В монографии [1] получено представление сингулярного интеграла

$$v.p. \int_{\mathbb{R}} \frac{\varphi(t)}{t} dt$$

с помощью функционала (обобщенной функции)

$$\left\langle P\left(\frac{1}{t}\right), \varphi \right\rangle = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0+} \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}} \left(\frac{1}{t+i\varepsilon} + \frac{1}{t-i\varepsilon} \right) \varphi(t) dt.$$

Здесь и далее пространство основных функций $\varphi \in (\mathcal{O}_{\alpha})$, $\alpha < 0$. Это пространство состоит из бесконечно дифференцируемых функций на $\mathbb{R}$, которые удовлетворяют условиям: $\varphi^{(k)}(t) = O(|t|^{\alpha})$, $t \rightarrow \infty$, $k = 0, 1, \dots$.

Пусть ветви логарифма (в верхней и нижней полуплоскости) выбраны следующим образом:

$$\ln i = \frac{\pi i}{2}; \quad \ln(-i) = -\frac{\pi i}{2}.$$

Рассмотрим два функционала:

$$\left\langle L\left(\frac{\ln^2 |t|}{t}\right), \varphi \right\rangle = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0+} \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}} \left(\frac{\ln^2(t+i\varepsilon)}{t+i\varepsilon} + \frac{\ln^2(t-i\varepsilon)}{t-i\varepsilon} \right) \varphi(t) dt,$$

$$\left\langle L\left(\frac{\ln |t|}{t}\right), \varphi \right\rangle = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0+} \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}} \left(\frac{\ln(t+i\varepsilon)}{t+i\varepsilon} - \frac{\ln(t-i\varepsilon)}{t-i\varepsilon} \right) \varphi(t) dt.$$

Теорема. Справедлива формула

$$\frac{1}{2} \left\langle L\left(\frac{\ln^2 |t|}{t}\right), \varphi \right\rangle - \frac{i\pi}{2} \left\langle L\left(\frac{\ln |t|}{t}\right), \varphi \right\rangle = v.p. \int_{\mathbb{R}} \frac{\ln^2 |t|}{t} \varphi(t) dt$$

Схема доказательства. Используются некоторые результаты из [2].

Литература

1. Бремерман Г. Распределения, комплексные переменные и преобразования Фурье. М.: Мир (1968).
2. Кашевский В.В. Аналоги формул Сохоцкого для интегральных операторов с дополнительной логарифмической особенностью. *Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика.* № 3 (2017), с. 4–10.