

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ВОЛАТИЛЬНОСТИ НА ФОНДОВОМ РЫНКЕ

И. А. Карачун (Минск, Беларусь)

Многие исследователи отмечают, что на современных высокочастотных рынках существует расхождение между ценами опционов, рассчитанными по модели Блека-Шоулза с постоянной волатильностью, и их реальными рыночными курсами. Волатильность рынка характеризуется нестабильным поведением с периодами высоких и низких значений. В результате этого вмененная волатильность рыночных цен базовых акций не является постоянной по всему диапазону опционов, а варьируется в зависимости от цены исполнения и создает так называемую улыбку волатильности. Для моделирования наблюдаемого случайного поведения волатильности рынка в 80х гг. прошлого века были введены модели стохастической волатильности, описываемой стохастическим процессом. Среди первых моделей можно назвать Тейлора [1] и Халла-Уайта [2], в которых динамика волатильности описывается процессом Орнштейна–Уленбека. В то же время стоит отметить, что волатильность очень устойчива, это означает, что даже для долгосрочных опционов существуют выраженные эффекты улыбки. Кроме того, наблюдается наличие единичного корня процесса условной вариации, особенно при работе с высокочастотными данными. Чтобы лучше описать это поведение, Комте и Рено [3] представили модель стохастической волатильности с длинной памятью (LMSV): если X_t — лог-доходности ценового процесса S_t , а Y_t — процесс волатильности, то

$$\begin{cases} dX_t = \left(\mu - \frac{\sigma^2(Y_t)}{2} \right) dt + \sigma(Y_t) dW_t, \\ dY_t = \alpha Y_t dt + \beta dB_t^H, \end{cases}$$

где W_t — стандартное броуновское движение, а B_t^H — дробное броуновское движение с показателем Хёрста $H \in (0, 1]$.

Модель непрерывная, хотя на рынке доступны только дискретные наблюдения исторических цен на акции, поэтому предполагается, что имеются высокочастотные (внутридневные) данные. Как и в случае классических моделей, процесс волатильности непосредственно не наблюдаем и оценка параметров модели не является простой. В модели LMSV кроме стандартных μ , α , β необходимо оценить параметр долгой памяти H . Методов оценки на сегодняшний день предлагается немало, поэтому наибольший интерес представляет сравнительный анализ практических аспектов их применения на различных сегментах мирового финансового рынка.

Литература

1. *Taylor S.* Modeling financial timeseries. *John Wiley and Sons, New York* (1986).
2. *Hull J., White A.* The pricing of options on assets with stochastic volatility. *J Finance* No. 42 (1987), pp. 281–300.
3. *Comte F., Renault E.* Long memory in continuous-time stochastic volatility models. *Math Finance*, No. 8(4) (1998), pp. 291–323.