ОТЫСКАНИЕ КОРРЕКТНЫХ ПОСТАНОВОК ЗАДАЧ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С ПЕРЕМЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

В. В. Дайняк (Минск, Беларусь)

Пусть линейные дифференциальные уравнения относительно неизвестной функции $u(x)$ переменных $x = (x_0, x_1, \ldots, x_n) = (x_0, x')$ имеют вид

$$\mathcal{L}u \equiv \frac{\partial^3 u}{\partial x_0^3} + \sum_{k=1}^{n} a_k \frac{\partial^2}{\partial x_0 \partial x_k}\Big(a_k(x)\frac{\partial u}{\partial x_k}\Big) + \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial^2}{\partial x_k^2}\Big(b_k(x)\frac{\partial u}{\partial x_k}\Big) + \mathcal{L}_1(x, D)\; u = f(x), \tag{1}$$

$$\mathcal{L}_1(x, D)\; u = \sum_{k=0}^{n} p_k(x)\frac{\partial u}{\partial x_k} - \lambda(x)u.$$

Здесь $a_k(x)$, $b_k(x)$ $(k = 1, \ldots, n)$ — достаточно гладкие функции, $p_k(x)$ и $\partial p_k(x)/\partial x_k$ $(k = 0, 1, \ldots, n)$ измеримы и ограничены. Обозначим через $\mathcal{L}_0(\nu) = \nu_0^3 + \sum\limits_{k=1}^{n}\big(a_k\nu_0\nu_k^2 + b_k\nu_k^3\big)$ при $x \in \partial\Omega$. В ограниченной области Ω с кусочно гладкой границей $\partial\Omega$ рассмотрим уравнение (1) относительно функции $u(x)$, которая удовлетворяет граничным условиям

$$u\Big|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial \nu}\Big|_{\partial\Omega^-} = 0, \quad \partial\Omega^- = \{x \in \partial\Omega |\, \mathcal{L}_0(\nu) < 0\}. \tag{2}$$

Вместе с задачей (1)–(2) изучается также и соответствующая ей сопряженная

$$\mathcal{L}^*\upsilon = g(x), \tag{3}$$

$$\upsilon\Big|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial \upsilon}{\partial \nu}\Big|_{\partial\Omega^+} = 0, \quad \partial\Omega^+ = \{x \in \partial\Omega |\, \mathcal{L}_0(\nu) > 0\}. \tag{4}$$

где

$$\mathcal{L}^* = -\frac{\partial^3 u}{\partial x_0^3} - \sum_{k=1}^{n} a_k \frac{\partial^2}{\partial x_0 \partial x_k}\Big(a_k(x)\frac{\partial u}{\partial x_k}\Big) - \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial^2}{\partial x_k^2}\Big(b_k(x)\frac{\partial u}{\partial x_k}\Big) + \mathcal{L}_1^*(x, D).$$

Рассмотрены вопросы существования и единственности обобщенного решения задачи типа Дирихле (1)–(2) с помощью сопряженной задачи (3)–(4). Получены достаточные условия на коэффициенты уравнения (1) и доказаны теоремы существования и единственности обобщенного решения изучаемой задачи при данных ограничениях.

Литература

1. *Корзюк В.И., Дайняк В.В.* О слабом решении задачи типа Дирихле для линейного дифференциального уравнения третьего порядка *Дифференц. уравнения.* Т. 28, № 6 (1992), с. 1056–1066.

2. *Корзюк В.И., Дайняк В.В.* Задача типа Дирихле для составного уравнения третьего порядка. *Вестник Бел. гос. ун-та. Сер. 1. Физ. Мат. Информ.* № 3 (2012), с. 116–121.