ПРИБЛИЖЕННОЕ НАХОЖДЕНИЕ ПЕРВООБРАЗНОЙ ФУНКЦИИ И МЕТОДЫ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ НАЧАЛЬНЫХ ЗАДАЧ

В. В. Бобков (Минск, Беларусь)

Наряду с задачей Коши

$$u'(x) = f(x, u(x)), \quad u(t) = y \tag{1}$$

рассмотрим также задачу неопределенного интегрирования

$$y'(x) = f(x), \quad x > t, \quad y(t) = c \tag{2}$$

с произвольной постоянной c (при естественных предположениях о корректности поставленных задач и необходимой гладкости правых частей уравнений (1) и (2) соответственно). Решение задачи (2) будем искать с использованием следующего приближения:

$$y(x) \approx c + (x-t)f(x) - \frac{1}{2!}(x-t)^2 f'(x) + \ldots + \\ + (-1)^{m-1}\frac{1}{m!}(x-t)^m f^{(m-1)}(x) = y_{c,m}(x). \tag{3}$$

Очевидно, что

$$y'_{c,m}(x) = f(x) + (-1)^{m-1}\frac{1}{m!}(x-t)^m f^{(m)}(x). \tag{4}$$

Приближенное решение $y(x)$ задачи (1) станем искать на основе аналогичного (3) равенства:

$$y(x) = y + (x-t)f(x, y(x)) - \frac{1}{2!}(x-t)^2 \frac{d}{dx} f(x, y(x)) + \ldots + \\ + (-1)^{n-1}\frac{1}{n!}(x-t)^n \frac{d^{n-1}}{dx^{n-1}} f(x, y(x)). \tag{5}$$

В этом случае подобно (4) можно записать:

$$y'(x) = f(x, y(x)) + (-1)^{n-1}\frac{1}{n!}(x-t)^n \frac{d^n}{dx^n} f(x, y(x)).$$

В качестве примера базирующегося на (5) численного метода приведем здесь неявный метод

$$y(x) = y + (x-t)f(x, y(x)) - \frac{1}{2}(x-t)^2 [f_x(x, y(x)) + f_y(x, y(x)) f(x, y(x))],$$

для которого малость ошибки приближенного равенства $y'(x) \approx f(x, y(x))$ в сравнении с малостью шага дискретизации $(x-t)$ на порядок выше, чем в случае неявного метода Эйлера. На его основе с использованием принципа обратной связи [1] строится процесс локальных приближений решения задачи (1).

Литература

1. *Бобков В.В.* К вопросу численного моделирования начальных задач. *Вестн. БГУ*, сер. 1. № 3 (2013), с. 75–82.