

НИЛЬПОТЕНТНЫЕ ЦЕНТРЫ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ОДНОРОДНЫМИ НЕЛИНЕЙНОСТЯМИ

И. А. Андреева (Санкт-Петербург, Россия), Л. В. Детченя (Гродно, Беларусь),
Т. В. Маковецкая (Минск, Беларусь), А. П. Садовский (Минск, Беларусь)

Рассмотрим систему вида

$$\dot{x} = y + \sum_{i=1}^{2n+1} a_i x^{2n+1-i} y^i, \quad \dot{y} = -x^{2n+1} + \sum_{j=2}^{2n+1} b_j x^{2n+1-j} y^j, \quad (1)$$

где $n \in \mathbb{N}$.

Вопрос существования нильпотентных центров для систем вида (1) рассматривался в [1].

Теорема 1. Пусть V — многообразие центра системы (1), где $n = 4$. Тогда $\mathbb{V}(I) \subset V$, где простой идеал I имеет вид

$$\begin{aligned} I = \langle & 245b_2(15b_2^2 + 64b_4) + 768(10b_3^2 + 49b_6), 3b_2(75b_2b_3 + 112b_5) + 64(5b_3b_4 + 14b_7), \\ & 3675b_2^2(15b_2^2 + 128b_4) + 4096(9b_3(25b_2b_3 + 56b_5) + 49(5b_4^2 + 36b_8)), (15b_2^2 + 64b_4) \times \\ & \times (25b_2b_3 + 56b_5) + 21504b_9, 4a_1 + b_2, 7a_2 + 3b_3, 3a_3 + 2b_4, a_4 + b_5, 45a_1(5a_1^2 - 2a_3) - \\ & - 8(5a_2^2 - 3a_5), 21a_1(25a_1a_2 - 4a_4) - 2(35a_2a_3 - 12a_6), 25a_1(45a_1^3 - 64a_2^2 - 36a_1a_3) + \\ & + 12(15a_3^2 + 32a_2a_4 - 12a_7), 3(5a_1^2 - 2a_3)(25a_1a_2 - 6a_4) - 16a_8 \rangle \end{aligned}$$

Теорема 2. Пусть W — многообразие центра системы (1), где $n = 5$. Тогда $\mathbb{V}(J) \subset W$, где простой идеал J имеет вид

$$\begin{aligned} J = \langle & 10a_{10} + (5a_1a_2 - a_4)(99a_1(3a_1^2 - a_3) - 44a_2^2 + 12a_5 - 10b_6), 675a_1^3(3a_1^2 - 2a_3) - \\ & - 24a_4^2 + 15a_1(15a_3^2 + 16a_2a_4) + 20a_9 + 10a_3(10a_2^2 - 3a_5 + 2b_6) - 30a_1^2(30a_2^2 - 3a_5 + 2b_6), \\ & 27(3a_1^2 - a_3)(10a_1a_2 - a_4) - 10a_8 - 10a_2(6a_2^2 - 2a_5 + b_6), 135a_1^2(5a_1^2 - 2a_3) + 15a_3^2 + \\ & + 32a_2a_4 - 10a_7 - 10a_1(24a_2^2 - 3a_5 + b_6), 35a_2(9a_1^2 - a_3) - 42a_1a_4 + 10a_6, 10b_{11} - \\ & - (5a_1a_2 - a_4)(27a_1^3 - 9a_1a_3 - 2(2a_2^2 + b_6)), 675a_1^3(2a_3 - 3a_1^2) + 24a_4^2 - 15a_1(15a_3^2 + \\ & + 16a_2a_4) + 100b_{10} - 50a_3(2a_2^2 + b_6) + 150a_1^2(6a_2^2 + b_6), 9(3a_1^2 - a_3)(10a_1a_2 - a_4) - \\ & - 10(2a_2^3 + a_2b_6 - b_9), 135a_1^2(5a_1^2 - 2a_3) + 15a_3^2 + 32a_2a_4 - 40a_1(6a_2^2 + b_6) + 20b_8, \\ & 5a_2a_3 + 2b_7 - 3a_1(15a_1a_2 - 2a_4), 7a_4 + 5b_5, 2a_3 + b_4, 3a_2 + b_3, 5a_1 + b_2 \rangle \end{aligned}$$

В теоремах 1 и 2 указаны новые достаточные условия существования центра для систем вида (1) при $n = 4$ и $n = 5$ соответственно.

Литература

1. Андреев А.Ф., Садовский А.П., Цикалюк В.А. Проблема центра и фокуса для системы с однородными нелинейностями в случае нулевых собственных значений линейной части. *Дифференц. уравнения*. Т. 39, № 2 (2003), с. 147–153.