# 67

# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА АСИМПТОТИЧЕСКОГО ПОВЕРХНОСТНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОДНЫХ СИСТЕМ ВЫСОКОВОЛЬТНОГО ТЛЕЮЩЕГО РАЗРЯДА

#### И.В. Мельник

Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт", факультет электроники, кафедра электронных приборов и устройств, Украина, Киев, 03056, пр. Победы, 37, корпус 12, тел. +380-(44)-441-12-77, e-mail: imelnik@edd.ntu-kpi.kiev.ua

Рассматриваются вопросы возможности использования метода асимптотического поверхностного разложения для моделирования электронно-оптических систем высоковольтного тлеющего разряда (ЭОС ВТР) с анодной плазмой. Приводятся результаты моделирования для сферического диода.

#### Введение

При моделировании электродных систем высоковольтного тлеющего разряда с анодной плазмой в настоящее время используются численные методы анализа движения заряженных частиц в электрическом поле. В частности, известен подход к моделированию таких систем, основанный на методе макрочастиц [1,2]. Этот метод, при соответствующей модификации, позволяющей учесть элементарные процессы взаимодействия частиц в межэлектродном промежутке, при правильном выборе шага координатной сетки, и при точном описании положения плазменной границы обеспечивает достаточно высокую точность моделирования ЭОС ВТР [3]. При использовании метода интегральных уравнений можно увеличивать шаг координатной сетки при сохранении устойчивости метода, однако точность расчетов при этом значительно уменьшается [4]. Наиболее значительное влияние на адекватность моделирования оказывает точность определения положения и формы границы анодной плазмы. Итерационный метод определения положения плазменной границы основан на использовании условия равновесия сил электрического поля и кинетического давления плазмы в приграничной области:

$$\frac{r_0 E_n}{2} = n_e k T_e, \qquad (1)$$

где  $E_n$  – электрическое поле возле границы плазмы,  $n_e$  – концентрация электронов в плазме,  $T_e$  – их температура. Вычисления по формуле (1), с учетом необходимости расчета траекторий заряженных частиц в области катодного падения потенциала для каждой итерации плазменной границы, требуют значительных вычислительных затрат и из-за этого редко используются на практике [1]. Поэтому при инженерном подходе к моделированию ЭОС ВТР положение и форма плазменной границы определяется экспериментально из фотографий разряда, что требует создания обширных банков данных и графических библиотек при использовании современ-

В статье рассматривается возможность использования асимптотического поверхностного разложения для моделирования ЭОС ВТР. Важным достоинствами этого метода являются. во-первых, изначальная ориентация на моделирование ионно-плазменных процессов, а не потоков заряженных частиц, во-вторых, использование аналитических рядов для описания геометрии электронного пучка, что позволяет эффективно применять математический аппарат теории оптимизации непосредственно в процессе проектирования электродных систем [5]. Приводится тестовая модель для сферического диода ВТР, которая имеет большое практическое значение.

### Постановка задачи моделирования биполярного потока в области между катодом и анодной плазмой

Важным при постановке задачи асимптотического поверхностного разложения является корректное выделения особенностей на поверхности плазмы, являющейся эмиттером ионов. При этом внутреннюю задачу формирования биполярного потока частиц можно записать в виде дифференциального уравнения относительно потенциала [5]:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + T \frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{J_{\theta 0} r_{\vec{k}}^2}{\sqrt{2} \varphi r^2} - \frac{J_{10} r_{\theta}^2}{\sqrt{2} (1-\varphi) r^2}, \qquad (2)$$

где  $T_{c}$  – кривизна эмиттера (для сферического диода  $T=\pm 2/r$ ),  $r_{k}$  – радиус кривизны катода,  $r_{a}$  – радиус кривизны плазменного анода,  $j_{eo}$  – плотность тока электронов с поверхности катода,  $j_{io}$  – плотность тока ионов с поверхности анодной плазмы. Физический смысл уравнения (2) состоит в том, что в правой части записан суммарный пространственный заряд электронов и ионов, а в левой части – лапласиан от потенциала по координате.

Определяя плотность тока ионов с поверхности плазмы по формуле Бома:

$$J_{in} = 0.004 e N_{12} / 2k T_{o} / m_{12}$$
 (4)

ных компьютерных технологий для проектирования технологических источников электронов на основе ЭОС ВТР [5,6]. где N<sub>i</sub> – концентрация ионов, m<sub>i</sub> – их масса, T<sub>e</sub> – температура электронов плазмы, можно записать аналитическое решение уравнения (2)

5-я международная конференция «Взаимодействие излучений с твердым телом» 6-9 октября 2003 г., Минск, Беларусь 5-th International Conference Interaction of Radiation with Solids", October 6-9, 2003, Minsk, Belarus





Fис. 1 Геометрия электронно-оптических систем высоковольтного тлеющего разряда. 1-катод, 2-анод, 3-граница плазмы, 4-электронный пучок; R<sub>x</sub> - радиус сферы катода, d<sub>a</sub> - диаметр анода, d<sub>клк</sub> - расстояние плазма-катод, h<sub>a</sub> - высота анода



Рис. 2. Экспериментальные зависимости положения границы плазмы от тока разряда для электродной системы с коническим анодом при различных ускоряющих

напряжениях. 1 - U=10 кВ; 2 - U=15 кВ; 3 - U=20 кВ, d₌=80 мм, R₅=80 мм

для биполярного потока относительно потенциала, использую асимптотические поверхностные разложения по координате z в катодной области [5]:

$$\varphi = J_{e0}^{2/3} \frac{4^{1/3}}{2} - \frac{J_{e0}\alpha \tau^2}{5} + \frac{8J_{e0}^{2/3}Tz^{7/3}}{15} + \frac{J_{e0}^{4/3}\alpha^2 z^{7/3}}{700} - (3)$$
  
$$-\frac{47J_{e0}\alpha Tz^3}{300} + \left(\frac{163J_{e0}^{2/3}T^2}{600} - \left(\frac{\alpha}{36} - \frac{\alpha^3}{1785}\right)J_{e0}^{2/3}\right)z^{10/3} + \frac{11\alpha TJ_{e0}^{4/3}z^{11/3}}{10500} - \left[\frac{281J_{e0}\alpha T^2}{13200} - \left(\frac{\alpha^2}{264} + \frac{43\alpha^4}{3234000}\right), e_0\right]z^4$$

 $J_{e0} = \frac{9J_{e0}}{4\sqrt{2}}$ ,  $\alpha = J_{i0}/J_{e0}$ .

Для сферического диода коэффициент кривизны составляет *Т*=0,5. Тогда выражения для потенциала и электрического поля между катодом и анодной плазмой, исходя из (3), запишутся в виде:

$\varphi - J_{e0} Z^{*}$	5	15 +	700	n
$47 J_{e0} \alpha z^3$	163 J <sup>2/3</sup>	$\left( \alpha  \alpha^{3} \right)$	12/3 10/3	1
600	2400	36 178	5)'e0 }2	Ŧ
$11\alpha J_{e0}^{4/3} z^{11/3}$	281J <sub>e0</sub> a	$\left( \alpha^{2} \right)$	$43\alpha^4$	4
21000	52800	264 3	234000 <sup>''e0</sup>	Ζ,
1/0 12/3	21.00	28.12/3 ,4/3	14/3 2 z 4/3	3
$z = 4/3 J_{e0} z^{**}$	5	45	+ 300	
eu				
$47 J_{e0} \alpha z^2$	(163 J <sub>en</sub> <sup>2/3</sup>	10 ( a	a <sup>3</sup> 12/3	7/3
47 J <sub>e0</sub> az <sup>2</sup> 200	$\left(\frac{163 J_{e^{n}}^{2/3}}{720}\right)$	$\frac{10}{3}\left(\frac{\alpha}{36}-\frac{10}{36}\right)$	$\left(\frac{\alpha^3}{785}\right) J_{e0}^{2/3} z$	7/3 -1
$\frac{47 J_{e0} \alpha z^2}{200}$ $121 \alpha J_{e0}^{4/3} z^{8/3}$	$ \left(\frac{163 J_{en}^{2/3}}{720}\right)^{3} \left[281 J_{en} \alpha\right]^{3} $	$\frac{10}{3} \left( \frac{\alpha}{36} - \frac{\alpha}{36} \right)$	$\frac{\alpha^3}{1785} J_{e0}^{2/3} z$	7/3 +

## Пример расчета распределения потенциала в промежутке плазма-катод при подвижной плазменной границе

Рассмотрим алгоритм поиска подвижной плазменной границы на основе системы уравнений (4). Известно, что в реальных электродных системах ВТР со сферическим катодом и анодной плазмой (рис. 1) при больших токах разряда анодная плазма практически не меняет своего положения (рис. 2) и параллельна поверхности катода [5-7]. Потенциал анодной плазмы, исходя из соотношения (1), можно определить следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial n} \end{pmatrix}_{r \in \Gamma} = \sqrt{\frac{n_{\theta} k T_{\theta}}{c_0 A(\varphi^*)}},$$

$$A(\varphi^*) = \frac{1}{4} \left( \sqrt{1 + \frac{2q\varphi^*}{kT_{\theta}}} + e^{-\frac{2q\varphi^*}{kT_{\pi}}} - 2 \right)$$
(5)

где n<sub>e</sub> - концентрация электронов в плазме, T<sub>e</sub> - их температура, q -заряд ионов плазмы, φ - приэлектродный потенциал, зависящий от состава используемого газа, значение которого лежит в пределах нескольких вольт. Однако при таких физических условиях можно определить положение плазменной границы путем итерационного решения системы уравнений (4) для разных значений коэффициента α.

Зададим радиус сферы катода R<sub>к</sub>. С учетом того, что граница анодной плазмы параллельна поверхности катода, электродная система, приведенная на рис. 1, адекватно описывается моделью сферического диода. При проведении итераций начальное положение границы анодной плазмы для сферического диода можно определить и соотношений, приведенных в работе [7]:

$$s = 1 + \left(\frac{R_a}{h_a}\right)^2 - \sqrt{1 + \left(\frac{R_a}{h_a}\right)^2}, \quad w = 3 - \frac{s \cdot h_a^2}{h_a^2 + R_a^2},$$

$$=h_a^2+R_a^2$$
,  $d_{na}=h_a-d_{cns}^2$ ,  $R_a=d_a/2$ , 0

5-я международная конференция «Взаимодействие излучений с твердым телом», 6-9 октября 2003 г., Минск, Беларусь 5-th International Conference "Interaction of Radiation with Solids", October 6-9, 2003, Minsk, Belarus  $d_a = \frac{1}{4} + \frac{9R_a^4 d_{a}^2 a_a^8}{4h_a^8 s^2 w^2} \frac{3I_a^{24}R_a^{12}}{729h_a^{30}s^6 w^6} \frac{2R_a^8 I_a^{16} d_{na}}{9h_a^{19}s^4 w^4}$ Очевидно, что при  $\alpha$ =0 соотношения (4) описывают униполярный электронный поток. При этом

12-1

ют униполярный электронный поток. При этом будет существовать некоторый потенциал на аноде φ<sub>a</sub>, определяемый из соотношения (5) и соответствующее ему значение координаты z, которое отличается от значения, вычисленного по формуле (6). Итерационно увеличивая значения коэффициента α, можно, используя уравнения (4), найти такой режим работы пушки, при кото-

ром для  $\varphi = \varphi_a$  выполняется условие  $\mathcal{E}_a = 0$ . Соответствующая этому режиму координата определяет положение плазменной границе в моделируемой ЭОС ВТР.

Результаты расчета осевого распределения потенциала для одной из моделируемых систем приведены на рис. 3.

Возможность учета при моделировании элементарных процессов взаимодействия заряженных частиц и исследование сходимости ряда (3) требуют проведения дополнительного анализа и постановки тщательно спланированного численного эксперимента.



Рис. 3. Распределение потенциала в сферическом диоде, полученное методом параксиальных разложений

#### Заключение

Использование метода параксиальных разложений потенциала позволяет моделировать ЭОС ВТР путем разложения в ряд в приосевой области и проведения итераций положения плазменной границы для достижения условия равенства нулю электрического поля при заданном значении потенциала плазмы. Метод изначально ориентирован на моделирование ионно-плазменных процессов в газоразрядных устройствах. Использование аналитических рядов для анализа распределения потенциала при малом количестве числовых коэффициентов позволяет использовать методы теории оптимизации при проектировании технологических электродных систем с заданными параметрами электронного пучка.

# Список литературы

- 1. Ильин В.П. Численные методы решения задач электрофизики. – М.: Наука, 1987. – 334 с.
- Denbnovetsky S.V., Felba J., Melnik V.I., Melnik I.V. Model Of Beam Formation In A Glow Discharge Electron Gun With A Cold Cathode. - Applied Surface Science, 1997. – V. 111. - P. 288-294.
- Денбновецкий С.В., Мельник И.В. Оценка погрешности моделирования электроннооптических систем высоковольтного тлеющего разряда. – Электроника и связь, 1997. - №2. - Ч.1. -Киев. - 1997. - С. 133-137.
- Мельник И.В. Использование метода интегральных уравнений для численного моделирование оптических свойств диодных систем высоковольтного тлеющего разряда с анодной плазмой. – Труды Института Прикладной Математики и Механики НАН Украины, 2001. – Т. 6. - С. 80-85.
- Плазменные процессы в технологических электронных пушках. / Завьялов М.А., Крейндель Ю.Е., Новиков А.А., Шантурин Л.П. - М.: Энергоатомиздат, 1989. – 256 с.
- Мельник В.И., Мельник И.В. Описание положения и формы плазменной границы в источниках электронов на основе высоковольтного тлеющего разряда с использованием неравномерного квантования области горения разряда по радиальной координате. - Пятый Всероссийский семинар «Проблемы теоретической и прикладной электронной оптики», Москва, Россия, - С. 69-70.
- Мельник И.В. Аналитическая оценка положения границы плазмы в электродных системах высоковольтного тлеющего разряда с коническим анодом. – Электроника и связь, 2000. - №8. - Т.1. – С. 107-109.

# USING OF ATHIMPTOTIC SURFACE SERIES EXPANSION TO SIMULATION OF ELECTRODES SYSTEMS OF A HIGH VOLTAGE GLOW DISCHARGE

#### I.V. Melnyk

National Technical University of Ukraine "KPI", Electronic Devices Dept

The problems of possibilities of using of series expansion to simulation of electrodes systems of a high voltage glow discharge are considered. Basic orientations to simulation of bipolar particles flows as well as its analytical describing are considered as main advantages of proposed method. Results of using of proposed method for simulation of high voltage glow discharge spherical diode are also presented.

69

5- международная конферсиция «Взачыс действие излучений с твердым телом» 6-9 октября 2003 г., Минск, Беларусь 5-th International Conference Interaction of Radiation with Solids", October 6-9, 2003, Minsk, Belarus