

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПОЛОС ЛОКАЛИЗОВАННОЙ ДЕФОРМАЦИИ В ОБЛУЧЕННЫХ МЕТАЛЛАХ

В.В. Красильников¹⁾, А.А. Пархоменко²⁾, С.Е. Савотченко¹⁾

¹⁾Белгородский государственный университет, 308015, г. Белгород, ул. Победы, 85, Российская Федерация; e-mail: kras@bsu.edu.ru

²⁾Национальный научный центр Харьковский физико-технический институт НАН Украины, 61108, г. Харьков, ул. Академическая, 1, Украина

Сформулировано новое нелинейное уравнение, представляющее собой обобщение уравнения Курамото-Сивашинского, для описания эволюции плотности дислокационного ансамбля в металле. Найдено его точное решение в аналитическом виде. Рассчитано распределение напряжений, обусловленное коллективным поведением дислокаций в облученном материале. Проанализировано влияние дозы облучения, на распределение напряжений и форму полосы скольжения локализованной деформации.

Введение

Для описания коллективного поведения дислокаций в реальных кристаллах часто используется кинетическое уравнение для плотности дислокаций [1,2]. Получаемые уравнения оказываются нелинейными, причем нелинейность, как правило, представлена членами, квадратичными по плотности дислокаций [3]. В недавних работах при описании эффектов коллективного поведения дислокаций в эволюционном уравнении использовалась нелинейность так называемого бюргерсовского типа, т.е. слагаемого, представляющего собой произведение плотности дислокаций ρ на ее градиент: $\rho \nabla \rho$ [4].

Для описания интересующих нас эффектов достаточно ограничиться одномерной моделью кристалла, в котором движущиеся дислокации скользят в одной плоскости вдоль некоторого определенного направления (вдоль оси Ox , например), и имеют одинаковый знак. В случае такого одномерного движения скорость дислокаций становится скалярной величиной, и уравнение баланса для плотности $\rho = \rho(x, t)$ движущихся дислокаций можно записать в виде:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ V \rho - D \frac{\partial}{\partial x} \rho \right\} = k_1 - k_2 \rho^2, \quad (1)$$

где V – модуль вектора скорости движущихся дислокаций, D – коэффициент диффузии дислокаций, коэффициент k_1 отвечает за источник дислокаций, коэффициент k_2 – за их взаимодействие, в частности за их аннигиляцию.

Анализ формы полос деформации

Считается, что скорость скольжения дислокаций зависит от их плотности и состоит из трех основных частей: $V = V_{ext} + V_{int} + V_{cor}$. В [4,5] приведены выражения для каждой составляющей скорости $V_j = m f_j$, где m – подвижность дислокаций, f_j – соответствующая сила, а индекс j принимает значения ext , int , cor . Скорость V_{ext} обусловлена внешним механическим воздействием и может считаться постоянной. Сила f_{int} внутренних напряжений в материале, возникающая за счет взаимодействия дислокаций с дефектами другой природы, например, с вакансиями, микротрещинами и т.д., для слабонеоднородного случая в основном приближении по пространственным производным может быть записана в виде [5]:

$f_{int} = b K_0 \rho(x, t)$, где b – модуль вектора Бюргерса, K_0 – константа.

Корреляционная сила f_{cor} обусловлена напряжениями, возникающими в результате перераспределения энергии между взаимодействующими дислокациями и их взаимного расположения, обычно записывается в виде, приведенном в [3].

Используя приведенные в работах [5,6] оценки для коэффициентов k_1 и k_2 , рассчитанные для конкретных металлов, можно считать вклад слагаемых правой части в уравнении (1) пренебрежительно малыми по сравнению с остальными членами.

Решение уравнения (1) можно искать в виде $\rho(x, t) = \rho_0 + u(x, t)$, где $u(x, t)$ – флуктуация плотности дислокаций относительно средней стационарной плотности дислокаций, $\rho_0 = (\alpha_1 / k_2)^{1/2}$ – средняя стационарная плотность дислокаций в материале, определяемая из условия $J(\rho_0) = 0$, которая считается постоянной в рассматриваемом объеме. Учитывая это, можно получить в интересующем нас приближении уравнение, описывающее эволюцию флуктуации плотности дислокаций:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \alpha_1 \frac{\partial u}{\partial x} + \alpha_2 u \frac{\partial u}{\partial x} + \alpha_3 \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + u \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right\} + \alpha_4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \alpha_5 \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = 0 \quad (2)$$

где G – модуль сдвига, η – безразмерный числовой коэффициент порядка единицы и введены обозначения $\alpha_1 = V_{ext} + 2mbK_0\rho_0$, $\alpha_2 = 2mbK_0$,

$\alpha_3 = mGb^2 / 4\pi\rho_0$, $\alpha_4 = mGb^2 / 4\pi - D$, $\alpha_5 = \eta\alpha_3$.

Уравнение (2) представляет собой обобщение известного нелинейного уравнения Курамото-Сивашинского и переходит в него при $\alpha_3 = 0$ [7].

Нами найдено точное решение уравнения (2) в явном виде:

$$u(x, t) = A \left\{ \frac{1}{\text{ch}^2 k(x - st)} + B \text{th} k(x - st) + C \right\} \quad (3)$$

где его параметры полностью определяются через исходные коэффициенты уравнения (2) по формулам:

$$A = \frac{3\alpha_2^2\alpha_4}{25\alpha_3^3}, \quad B = +2\text{sign}\gamma,$$

$$C = -\frac{25}{3} \left(1 + \frac{\alpha_3^2\alpha_4}{\alpha_2^2\alpha_5} \right), \quad k = \pm \frac{\alpha_2}{10\alpha_3} \text{sign}\gamma, \quad (4)$$

$$s = \pm \left(\alpha_1 - \alpha_2 - \frac{\alpha_2\alpha_4}{\alpha_3} \right) \text{sign}\gamma,$$

$$\gamma = \frac{25\alpha_3^2\alpha_4 + 24\alpha_2^2\alpha_5}{\alpha_2}.$$

Решение (3) представляет собой волну флуктуации плотности дислокаций, описывающую край полосы локализованной деформации, фронт которой стационарно движется со скоростью s . Форма края полосы существенным образом зависит от знака γ , знак которого зависит от знака α_4 . Его изменение может происходить под влиянием облучения. В [4] отмечалось, что в соответствии с общепринятыми представлениями модуль сдвига, определяемый упругими константами материала, мало меняется под облучением. Следует отметить, что $\gamma > 0$ всегда при $\alpha_4 > 0$, а при $\alpha_4 < 0$ может оказаться как $\gamma > 0$, так и $\gamma < 0$ в зависимости от величин абсолютных значений остальных коэффициентов в (2).

Зная распределение плотности дислокаций, можно получить распределение напряжений в металле по хорошо известному закону деформационного упрочнения [2]:

$$\sigma(x, t) = aGb\sqrt{\rho(x, t)}, \quad (5)$$

где a – постоянная междислокационного взаимодействия (обычно $a \approx 0,2-0,4$). Считая $u(x, t) \ll \rho_0$, в основном приближении можно получить:

$$\sigma(x, t) = \sigma_0 \left(1 + \frac{u(x, t)}{2\rho_0} \right), \quad (6)$$

где $\sigma_0 = aGb\sqrt{\rho_0}$ – постоянная величина.

Полученное явное решение (3) зависит от относительной координаты $\theta = k(x - st)$. Поэтому и распределение напряжений (6), вычисленное на основе (3), будет представлять собой зависимость $\sigma = \sigma(\theta)$. На рис. 1 показаны типичные кривые распределения напряжений $\sigma = \sigma(\theta)$, полученные после подстановки (3) в (6) в двух характерных случаях для различных знаков величины γ .

Смена монотонности кривых распределения напряжений связана в первую очередь с тем, в какую сторону происходит перемещение края полосы локализованной деформации.

Направление такого движения определяется знаками величин γ и α_4 . В случае $D/m > Gb^2/4\pi$ ($\alpha_4 < 0$) кривые (6) могут, как возрастать, так и убывать. Смена монотонности кривых (6) связана в первую очередь с тем, в какую сторону происходит перемещение края полосы локализованной деформации. Направление такого движения определяется знаками величин γ и α_4 . Из (4) при $\alpha_4 < 0$ следует, что $\gamma > 0$ при $\alpha_4 > \alpha_4^c$, и $\gamma < 0$ при $\alpha_4 < \alpha_4^c$, где $\alpha_4^c = -24(\alpha_2/\alpha_3)^2\alpha_5/25 < 0$ – крити-

ческое значение параметра, определяемое из условия $\gamma = 0$. Из этих неравенств следует, что край полосы локализованной деформации перемещается вправо при $D/m > \Delta$ (соответствует $\gamma < 0$), и край полосы локализованной деформации перемещается влево при $D/m < \Delta$ (соответствует $\gamma > 0$), где введен критический параметр

$$\Delta = \frac{Gb^2}{4\pi} + \frac{384}{25} \frac{\rho_0 K_0^2}{\pi G}.$$

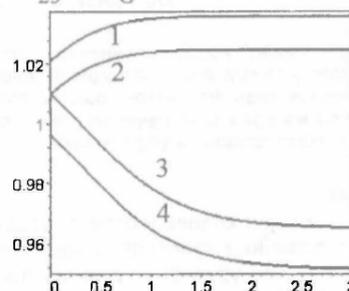


Рис. 1. Характерные кривые распределения напряжений (6) в образце, построенные при использовании зависимости (3) от $\theta = k(x - st)$ при фиксированных значениях параметров $\alpha_1 \approx 2\alpha_3$, $\alpha_2 \approx \alpha_3 \approx \alpha_5 \approx \alpha_4$, при которых

$\alpha_4^c = -0,96$ (при $\alpha_4 < 0$), а для линии (1) – $\alpha_4 \approx 1,0938 \alpha_4^c$; (2) – $\alpha_4 \approx 1,0001 \alpha_4^c$; (3) – $\alpha_4 \approx 0,9999 \alpha_4^c$; (4) – $\alpha_4 \approx 0,8854 \alpha_4^c$.

В [4] для случая термоактивного режима скольжения дислокаций показано, что отношения коэффициента диффузии дислокаций к их подвижности существенно зависят от температуры T по закону $D/m \sim (k_B T)^2$, где k_B – постоянная Больцмана. Эта зависимость позволяет сделать вывод о том, что с изменением температуры может произойти смена направления движения края полосы скольжения локализованной деформации. При невысоких температурах может реализоваться ситуация $D/m < \Delta$, а с повышением температуры она поменяется, и будет $D/m > \Delta$, так как величина Δ практически не меняется в ростом температуры.

В [4] также обсуждалась зависимость величины D/m от дозы внешнего облучения. С увеличением дозы облучения величина D/m уменьшается, что может привести к существенным изменениям соотношения величин D/m и Δ , которое повлечет за собой описанное выше изменение направления движения полосы скольжения.

Проанализируем теперь влияние нелинейностей второго рода α_3 и дисперсии α_5 уравнения (2) на форму края полосы локализованной деформации в деформированном облученном материале. По своему определению эти параметры одного порядка малости и описывают корреляционные эффекты при коллективном поведении дислокаций.

Рассмотрим нелинейность второго рода и дисперсию в уравнении (2) как малые возмущения, предполагая $\alpha_3 = \delta p$, $\alpha_5 = \delta q$, где $\delta \ll 1$ – малое положительное число, а p, q – константы, порядок которых соизмерим с порядком остальных коэф-

коэффициентов уравнения (2) $\alpha_1 \sim \alpha_2 \sim \alpha_3 \sim \alpha_4$. Приближенное решение уравнения (2) будем искать в виде $u(\theta) = u_0(\theta) + \delta u_1(\theta)$, где $\theta = k(x - st)$, $u_0(\theta) = 2k\alpha_4 \text{th}(\theta)/\alpha_2$ – решение невозмущенного уравнения (т.е. при $\alpha_3 = \alpha_5 = 0$). В основном приближении по малому параметру δ , можно получить линейное уравнение для добавки $u_1(\theta)$, решение которого легко находится и имеет вид

$$u_1(\theta) = \frac{2k^2}{\alpha_2} \left\{ a\alpha_2 k \left(\frac{6\text{th}\theta - 5\theta}{\text{ch}^2\theta} - \text{th}\theta \right) - p\alpha_4 [1 + 2\ln(\text{ch}\theta)] \right\} \quad (7)$$

Решение $u(\theta)$, в которое подставляется (7), описывает характерные изменения формы края полосы локализованной деформации в зависимости от параметров системы. Проанализируем сначала влияние дисперсии. На рис.2. показаны такие характерные кривые $u(\theta)$, основанные на (4), при отсутствии нелинейности второго рода и различных значениях параметра дисперсии. С ростом вклада, обусловленного дисперсией, высота полосы уменьшается и возникает размытие ее краев.

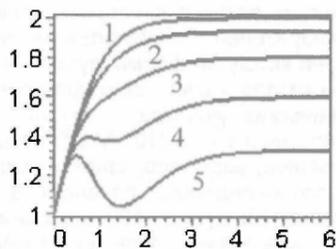


Рис. 2. Характерные кривые $u(\theta) = u_0(\theta) + \delta u_1(\theta)$ при $p=0$ и: (1) – при q_1 , (2) – при q_2 , (3) – при q_3 , (4) – при q_4 , (5) – при q_5 , причем $q_1=0$ и $q_1 < q_2 < q_3 < q_4 < q_5$

Проанализируем теперь влияние нелинейности второго рода. На рис.3. показаны характерные кривые $u(\theta)$, основанные на (7), при отсутствии дисперсии и различных значениях параметра нелинейности второго рода. С увеличением значения параметра нелинейности второго рода происходит снижение возмущения плотности дислокаций. При одновременном наличии дисперсии и нелинейности второго рода, как показано на рис.3, наблюдается нарушение гладкости края полосы локализованной деформации и появление более резких изгибов, обусловленных влиянием дисперсии. Такая ситуация наиболее

близка к реальной, и можно ожидать наблюдения ее в экспериментах.

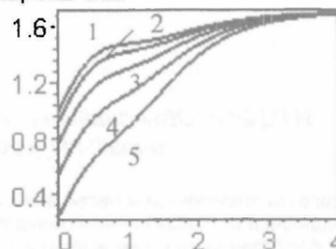


Рис. 3. Характерные кривые $u(\theta) = u_0(\theta) + \delta u_1(\theta)$ при отличном от нуля q и: (1) – при p_1 , (2) – при p_2 , (3) – при p_3 , (4) – при p_4 , (5) – при p_5 , причем $p_1=0$ и $p_1 < p_2 < p_3 < p_4 < p_5$

Наиболее близкими к описанию формы полосы скольжения дислокаций в реальных материалах следует считать кривые (2) и (3) на рис.3 (построенные соответственно при $\eta \approx 1,98$ и $0,68$), для которых значения параметров нелинейности второго рода и дисперсии наиболее близки.

Заключение

Использование уравнений (2) позволило проанализировать направление движения полосы локализованной деформации в зависимости от параметров металла, а также изменение ее формы при учете более тонких эффектов, связанных с корреляционным взаимодействием движущихся дислокаций в облученных металлах. Работа выполнена при финансовой поддержке гранта 030216263 РФФИ.

Список литературы

1. Малыгин Г.А. // УФН. - 1999. - Т.169. - № 9. - С. 979.
2. Сарафанов Г.Ф. // ФММ. - 1998. - Т.85. - Вып.3. - С. 46.
3. Камышанченко Н.В., Красильников В.В., Сирота В.В., Неклюдов И.М., Пархоменко А.А. // Письма в ЖТФ. - 1999. - Т.25. - Вып.18. - С. 86.
4. Камышанченко Н.В., Красильников В.В., Сирота В.В., Неклюдов И.М., Пархоменко А.А. // Металлы. - 2001. - Вып.3. - С. 92.
5. Хананов Ш.Х. // ФММ. - 1994. - Т.78. - Вып.2. - С. 31.
6. Singh B.N., Horswell A., Toft P., Edwards D.J. // J. Nucl. Mater. - 1995. - V.224. - P.131.
7. Kuramoto V. Tsuzuki T. // Prog. Theor. Phys. - 1976. V.55. - N.2. - P. 356.

ANALYTICAL DESCRIPTION OF THE LOCALIZED DEFORMATION ZONES IN IRRADIATED METALS

V.V. Krasilnikov¹), A.A. Parhomenko²), S.E. Savotchenko¹)

¹Belgorod State University, 308015, Belgorod, Russia, E-mail: kras@bsu.edu.ru

²National Scientific Center Kharkov Institute for Physics and Technology National Academy of Science of Ukraine, 61108, Kharkov, Ukraine

It is shown that the evolution of dislocation groove density is described by new nonlinear equation representing the generalization of Kuramoto-Sivashinsky equation. The strain distribution conditioned by collective behavior of the dislocations in irradiated metals is calculated. The influence of irradiation dose, temperature, special kind of non-linearity and dispersion of the evolution equation on the strain distribution and the form of the localized dislocation zone is analyzed.