

Белорусский государственный университет



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

А.Л. Толстик

“ 27 ” 07 2015 г.

Регистрационный № УД- 847 /уч.

## АРИФМЕТИКА И АНАЛИЗ В НОРМИРОВАННЫХ ПОЛЯХ

Учебная программа учреждения высшего образования

по учебной дисциплине для специальности

1-31 03 01 Математика (по направлениям)

Направление специальности 1-31 03 01-02

Математика (научно-педагогическая деятельность)

2015 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01-2008, 30.08.2008 г. и учебного плана (регистрационный номер G31-/уч., \_\_\_\_ г. по специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям) (направление специальности 1-31 03 01-02 Математика (научно-педагогическая деятельность))

**СОСТАВИТЕЛИ:**

**Штин Сергей Львович** – доцент кафедры функционального анализа механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой функционального анализа  
(протокол № 10 от 25.05.2015 г.)

Учебно-методической комиссией механико-математического факультета Белорусского государственного университета  
(протокол № 6 от 26.05.2015 г.)

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина специализации «Арифметика и анализ в нормированных полях» для студентов педагогического отделения 5-го курса имеет целью ознакомить студентов с необычным миром  $p$ -адических чисел и  $p$ -адического анализа.

Тематика курса тесно связана с несколькими областями математики: теорией чисел, алгеброй, топологией и классическим анализом. Анализ общих идей в доказательствах классических и  $p$ -адических теорем, а также различий, возникающих в следствие «сильного неравенства треугольника», помогают студентам не только освоить новый материал, но и глубже понять классический анализ.

Чтение дисциплины специализации сопровождается решением упражнений различной трудности: более трудные оставляются для домашнего обдумывания часто с указанием литературных источников; простые же решаются во время занятий.

Помимо решения задач предполагается, что в конце семестра студенты сделают 3-4 небольших доклада по темам, близким к основной траектории учебной дисциплины.

**Цель** курса – способствовать осознанию будущими педагогами единства математики, отсутствия четких границ между различными математическими дисциплинами.

**Развивающая цель:** развитие у студентов математического мышления, повышение их математической культуры.

В результате изучения этого курса студенты **должны знать** основные определения и конструкции, связанные с построением новых числовых систем;

**уметь применять** доказанные теоремы к простейшим конкретным ситуациям.

Дисциплина специализации взаимосвязана с курсом функционального анализа для студентов 5 курса (9 семестр) очной формы обучения.

В соответствии с учебным планом специальности на изучение дисциплины отводится 57 часов, в том числе аудиторных занятий – 54 часа, из них лекции 36 часов, практические занятия – 18 часов. Рекомендуемая форма отчетности – зачет.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### Тема 1. Основания теории.

- 1.1. Абсолютные значения на поле.
- 1.2. Основные примеры. Свойства абсолютных значений.
- 1.3. Абсолютные значения и топология.
- 1.4. Алгебраические структуры, ассоциированные с абсолютным значением: кольца нормирований, максимальные идеалы, поля вычетов.

### Тема 2. Р-адические числа.

- 2.1. Описание всех абсолютных значений на  $\mathbb{Q}$ . Теорема Островского.
- 2.2. Неполнота  $\mathbb{Q}$  относительно  $|\cdot|_p$ . Пополнения.
- 2.3. Альтернативные пути построения поля  $\mathbb{Q}_p$ . Изучение свойств поля р-адических чисел  $\mathbb{Q}_p$ .
- 2.4. Лемма Гензеля.
- 2.5. Локальные и глобальные. Формулировка и обсуждение теоремы Минковского-Хассе.

### Тема 3. Элементарный анализ в $\mathbb{Q}_p$ .

- 3.1. Последовательности и ряды.
- 3.2. Степенные ряды.
- 3.3. Некоторые элементарные функции.
- 3.4. Интерполирование.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА

номер раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов					Количество часов по УСР	Форма контроля
	лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	иное		
2	3	4	5	6	7	8	9
стр							
<b>Тема 1. Основания теории.</b> Абсолютные значения на поле. Основные примеры. Свойства абсолютных значений. Абсолютные значения и топология. Алгебраические структуры, ассоциированные с абсолютным значением.	2 2 4 2	1 1 2 1					Устные беседы, семинары 1) обсуждение задач на практических занятиях 2) обсуждение тематических вопросов 3) обсуждение лекций

ольца нормирований, максималь- идеалы, поля вычетов							дуальных сс студентов по емым т
<b>Тема 2. Р-адические числа.</b>							Проверка и альных зс
Описание всех абсолютных значе- на $\mathbb{Q}$ .	<b>2</b>	1					
лема Островского.							
Полнота $\mathbb{Q}$ относительно $\mathbb{I}_p$ . лнения.	<b>4</b>	2					
льтернативные пути построения $\mathbb{Q}_p$ . Изучение свойств поля р- ских чисел $\mathbb{Q}_p$ .	<b>4</b>	1					
емма Гензеля.	<b>2</b>	2					
локальные и глобальные. Форму- ка и обсуждение теоремы Мин- ого-Хассе.	<b>2</b>						
<b>Тема 3. Элементарный анализ в</b>							Проверка и альных зс
оследовательности и ряды.	<b>2</b>	2					
тепенные ряды.	<b>2</b>	2					
екоторые элементарные функ-	<b>4</b>	2					
Интерполирование.	<b>4</b>	1					
<b>ВСЕГО по дисциплине</b>	<b>36</b>	<b>18</b>					

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Основная литература

1. F.Q. Gouvea "P-adic numbers. An introduction" "Springer-Verlag" 1993. 282 p.
2. Н. Коблиц "P-адические числа, p-адический анализ и дзета-функции" "Мир" 1982, 192 с.

### Дополнительная литература

1. W.H. Schikhf "Ultrametric calculus" "Cambridge university press" 1984, 30 p.
2. G. Bachman "Introduction to p-adic number and valuation theory" "Academic press" 1964, 171 p.
3. Y. Amice "Les nombres p-adiques" "Press Universitaires dt France" 1975, 191 p.
4. В.С. Владимиров, И.В. Волович, Е.И. Зеленов. "P-адический анализ и математическая физика" "Физматлит" 1994, гл. I, с.7-155.



# ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ

на \_\_\_\_ / \_\_\_\_ учебный год

№№ пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
(протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.)

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_

(степень, звание)

\_\_\_\_\_

(подпись)

\_\_\_\_\_

(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

\_\_\_\_\_

(степень, звание)

\_\_\_\_\_

(подпись)

\_\_\_\_\_

(И.О.Фамилия)