

Белорусский государственный университет

мус. 8-1
ДС

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
А.Л. Толстик
2015 г.
Регистрационный № УД- 834 /уч.



ВЫПУКЛЫЙ АНАЛИЗ: ВЫПУКЛЫЕ ФУНКЦИИ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности

1-31 03 01 Математика (по направлениям)
Направление специальности 1-31 03 01-03
Математика (экономическая деятельность)

2015г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01-2013 и учебного плана, утвержденного 30.05.2013, регистрационный № G31-139/уч. по специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям) направление специальности 1-31 03 01-03 Математика (экономическая деятельность)

СОСТАВИТЕЛИ:

Алехно Егор Александрович, доцент кафедры нелинейного анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой нелинейного анализа и аналитической экономики
(протокол № 12 от 22.05.2015)

Учебно-методической комиссией механико-математического факультета
Белорусского государственного университета
(протокол № 6 от 26.05.2015)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Выпуклость является одним из основных понятий функционального анализа. Достаточно заметить, что само наличие ненулевого линейного непрерывного функционала на линейном топологическом пространстве равносильно существованию на этом пространстве выпуклого собственного подмножества с непустой внутренностью. Более того, как оказалось, выпуклые множества --- наиболее идеальные объекты с позиции их изучения средствами анализа. Это основная причина, которая привела к созданию нового направления в математике – выпуклого анализа, основным объектом изучения которого и являются выпуклые множества.

Выпуклый анализ: выпуклые функции – один из самых красивых разделов современного анализа, в первую очередь в связи с тем, что он представляет собой сплав идей, как анализа, так и геометрии. Результаты выпуклого анализа нашли себе применение во многих областях математики, например в функциональном анализе, методах оптимизации, аналитической геометрии и других.

Большую роль понятие выпуклости играет и в математических моделях экономики. В связи с этим, цель данного курса – дать студентам специальности «математические методы в экономике» необходимый им набор знаний по выпуклому анализу.

Методы привития студентам практических навыков использования теоретических результатов при решении различных задач и упражнений отрабатываются на практических занятиях, а также в форме самостоятельной работы студентов. Контроль освоения практических навыков осуществляется во время практических занятий в форме проверки домашних заданий, а также на контрольных работах и зачетах.

В процессе реализации программы особое место должна занимать организация учебно-исследовательской работы студентов. Эта работа должна органично включаться в учебный процесс в сочетании со всеми видами учебных занятий.

Каждая тема позволяет организовать творческую самостоятельную работу студентов, которая будет способствовать становлению специалиста, обладающего значительным творческим потенциалом. Содержание и формы контролируемой самостоятельной работы студентов должны соответствовать целям и задачам подготовки специалистов.

Цель учебной дисциплины

Основной целью учебной дисциплины "Выпуклый анализ: выпуклые функции": повышение уровня специального математического образования студентов специальности «математические методы в экономике».

Образовательная цель: изложение методов решения задач, относящихся к теории выпуклых множеств и выпуклых функций и применимых в ряде других дисциплин, читаемы на факультете, как, например, «Методы оптимизации» и «Функциональный анализ».

Развивающая цель: формирование у студентов основ математического мышления, знакомство с методами математических доказательств, построение геометрических моделей использующих понятие выпуклости и аналитических

моделей и задач в которых участвуют выпуклые функции и близкие к ним понятия, а также изучение алгоритмов решения конкретных математических задач связанных с понятием выпуклости.

Основные задачи, решаемые в рамках изучения дисциплины «Выпуклый анализ: выпуклые функции»:

- Аналитические свойства выпуклых функций.
- Доказательства неравенств на основе понятия выпуклости.

В результате изучения дисциплины обучаемый должен:

знать:

- определения выпуклых многогранников;
- определение выпуклой функции;
- определение субдифференциала.

уметь:

- находить решения задач о выпуклых множествах и выпуклых функциях;
- самостоятельно ориентироваться в литературе по теме выпуклые множества и выпуклые функции.

владеть:

- элементарными понятиями теории выпуклых множеств и теории выпуклых функций.

Учебная программа предназначена для студентов 3 курса (5 семестр) очной формы получения образования.

В соответствии с учебным планом специальности на изучение дисциплины на 3 курсе 5 семестре отводится 58 часов, в том числе аудиторных занятий – 36 часа, из них лекции – 30 часов, УСП – 6 часов.

Рекомендуемая форма отчетности – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Выпуклые функции.

Тема 1.

Выпуклые функции: определение и примеры.

Тема 2.

Критерии выпуклости.

Тема 3.

Теорема о непрерывности и липшицевости выпуклой функции

Тема 4.

Дифференцируемость выпуклых функций.

Тема 5.

Замкнутые функции.

Тема 6.

Сопряжённые функции

Тема 7.

Субдифференциал.

Тема 8.

Теорема Моро - Рокафеллара и её приложения

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов по УСП	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Выпуклые функции.	30					6	
	Тема 1. Выпуклые функции: определение и примеры.	4						
1.1	Надграфик и область определения выпуклой функции.	2						
1.2	Пример Фенхеля.	2						
	Тема 2. Критерии выпуклости.	2						
2.1	Критерии выпуклости.	2						
	Тема 3. Теорема о непрерывности и липшицевости выпуклой функции	2					2	
3.1	Теорема о непрерывности и липшицевости выпуклой функции.	2						Проверка индивидуальных заданий
	Тема 4. Дифференцируемость выпуклых функций.	2						
4.1	Существование производной по направлению у выпуклой функции и непрерывность производной.	2						
	Тема 5. Замкнутые функции	2						
5.1	Определение, полунепрерывность и надграфик.	2						
	Тема 6. Сопряжённые функции	6					2	
6.1	Определение, геометрические соображения и простейшие свойства. Теорема Фенхеля – Моро.	3						
6.2	Примеры сопряжённых функций: функции, сопряжённые к положительно однородной и опорной функциям.	3					2	Проверка индивидуальных заданий
	Тема 7. Субдифференциал.	6						
7.1	Примеры субдифференциалов, в частности, субдифференциал нормы в нуле.	3						
7.2	Конус допустимых направлений и субдифференциал.	3						
	Тема 8. Теорема Моро-Рокафеллара и её приложения	6					2	
8.1	Теоремы отделимости для конусов, субдифференциал функции расстояние до множества.	3						
8.2	Субдифференциал функции максимума.	3					2	Контрольная работа
	Всего за семестр	30					6	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Список литературы

Основная литература

Данцер А., Грюнбаум Б., Кли В. Теорема Хелли и её приложения. — Москва: Мир, 1968.

Забрейко П.П. Выпуклые множества. — Минск: Белорусский государственный университет, 1984.

Иоффе А.Д., Тихомиров В.М. Теория экстремальных задач. — Москва: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1974.

Магарил – Ильяев Г.Г., Тихомиров В.М. Выпуклый анализ и его приложения. — Москва: Эдиториал УРСС, 2000.

Пшеничный Б.Н. Выпуклый анализ и экстремальные задачи. — Москва: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1980.

Roberts A.W., Varberg D.E. Convex functions. — Academic Press, 1973.

Рокафеллар Р. Выпуклый анализ. — Москва: Мир, 1973.

Stoer J., Witzgall C. Convexity and optimization in finite dimensional. I. — Springer – Verlag, Berlin, 1970.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
С ДРУГИМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ

[illegible]

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
на ____/____ учебный год

№п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
(протокол № ____ от _____ 20_ г.)

Заведующий кафедрой

(степень, звание)

(подпись)

(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

(степень, звание)

(подпись)

(И.О.Фамилия)