Белорусский государственный университет

УВО
ДС

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
________________ А.Л. Толстик
«___» ______________ 2015 г.

Регистрационный № УД-838/уч.

Теория игр

Учебная программа учреждения высшего образования по учебной дисциплине для специальности

1-31 03 01 Математика (по направлениям)
Направление специальности 1-31 03 01-03
Математика (экономическая деятельность)

2015г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01-2013 и учебного плана, регистрационный № G31-139/уч. по специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям) направление специальности 1-31 03 01-03 Математика (экономическая деятельность)

СОСТАВИТЕЛИ:

Виктор Иванович Бахтин, профессор кафедры нелинейного анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой нелинейного анализа и аналитической экономики
(протокол № 12 от 22.05.2015)

Учебно-методической комиссией механико-математического факультета Белорусского государственного университета
(протокол № 6 от 26.05.2015)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Целью дисциплины является, во-первых, построение «моста», соединяющего школьное математическое образование и классическое университетское, и, во-вторых, с самого начала внести в преподавание математики постановку глубоких и естественных проблем, определяющих место основных математических структур и понятий в общей системе человеческого знания.

Для решения этих задач необходимо понимание законов математической логики, которые лежат в основе формирования математического знания. Кроме этого, дисциплина знакомит начинающего математика с первичными математическими понятиями множества и функции, с помощью которых строится большинство математических теорий. Кроме того, рассматриваются первичные перечислительные задачи.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

знать:

– основные понятия математической логики;
– основные понятия теории множеств и отображений;
– основные формулы комбинаторики,

уметь:

– применять законы математической логики в математических доказательствах:
– использовать основные объекты теории множеств и отображений и их свойства,

владеть:

– методами решения типовых задач по теории множеств и отображений;
– навыками комбинаторных расчетов.

В процессе реализации программы особое место должна занимать организация учебно-исследовательской работы студентов. Эта работа должна органично включаться в учебный процесс в сочетании со всеми видами учебных занятий.

Каждая тема позволяет организовать творческую самостоятельную работу студентов, которая будет способствовать становлению специалиста, обладающего значительным творческим потенциалом. Содержание и формы контролируемой самостоятельной работы студентов должны соответствовать целям и задачам подготовки специалистов. С целью текущего контроля предусматривается проведение контрольных работ. В качестве итоговой формы контроля рекомендуется проведение зачета.

Предлагаемая программа ориентирована на студентов–математиков, специализирующихся по направлению математика (экономическая деятельность). Всего на изучение дисциплины отводится 64 часа: из них 36 часов аудиторных, из которых 24 часа являются лекционными, 12 часов лабораторных, из которых 4 часа отведено для управляемой самостоятельной работы студентов.

Методы привития студентам практических навыков использования теоретических результатов при решении различных задач и упражнений отрабатываются на практических занятиях, а также в форме самостоятельной работы студентов. Контроль освоения практических навыков осуществляется во время практических занятий в форме проверки домашних заданий, а также на контрольных работах и зачетах.

В процессе реализации программы особое место должна занимать организация учебно-исследовательской работы студентов. Эта работа должна органично включаться в учебный процесс в сочетании со всеми видами учебных занятий.

Каждая тема позволяет организовать творческую самостоятельную работу студентов, которая будет способствовать становлению специалиста, обладающего значительным творческим потенциалом. Содержание и формы контролируемой самостоятельной работы студентов должны соответствовать целям и задачам подготовки специалистов.

Цель учебной дисциплины

Основной целью учебной дисциплины "Введение в математику": повышение уровня специального математического образования студентов специальности «математические методы в экономике».

Образовательная цель: изложение методов решения задач, относящихся к теории выпуклых множеств и выпуклых функций и применимых в ряде других дисциплин, читаемы на факультете, как, например, «Методы оптимизации» и «Функциональный анализ».

Развивающая цель: формирование у студентов основ математического мышления, знакомство с методами математических доказательств, построение геометрических моделей использующих понятие выпуклости и аналитических моделей и задач в которых участвуют выпуклые функции и близкие к ним понятия, а также изучение алгоритмов решения конкретных математических задач связанных с понятием выпуклости.

Основные задачи, решаемые в рамках изучения дисциплины «Выпуклый анализ»:

- Геометрические свойства выпуклых множеств;
- Аналитические свойства выпуклых функций.
- Доказательства неравенств на основе понятия выпуклости.

В результате изучения дисциплины обучаемый должен:

знать:

— определение выпуклого множества;
— топологические свойства выпуклых множеств;
— размерность выпуклого множества;
— определение проекции точки на множество, критерий евклидовой проекции;
— критерий сильной отделимости и его следствия;
— определение конуса;
— определение крайней точки;
— комбинаторные свойства выпуклых множеств;

уметь:

— применять к различным задачам теорию выпуклых множеств;

— строить математическую модель для различных практических задач;
— самостоятельно ориентироваться в литературе по теме выпуклые множества и выпуклые функции.
владеть:

— элементарными понятиями теории выпуклых множеств и теории выпуклых функций.

Учебная программа предназначена для студентов 2 и 3 курсов (4,5 семестры) дневной формы получения образования.

В соответствии с учебным планом специальности на изучение дисциплины на 2 курсе 4 семестре отводится 92 часа, в том числе аудиторных занятий – 50 часов, из них лекции – 30 часов, практических – 16 часов, УСР – 4 часа. Рекомендуемая форма отчетности – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Выпуклые множества

Тема 1.
Определение выпуклого множества, примеры.
Тема 2. Топологические свойства выпуклых множеств.
Тема 3.
Аффинные пространства и аффинные оболочки.
Тема 4.
Определение проекции точки на множество
Тема 5.
Отделимость выпуклых множеств.
Тема 6.
Свойства относительной внутренности выпуклого множества.
Тема 7.
Конусы: определения и простейшие свойства.
Тема 8.
Крайние точки: определения и примеры
Тема 9.
Асимптотические конусы и теорема Кли.
Тема 10.
Комбинаторные свойства выпуклых множеств.
Тема 11.
Выпуклые многогранники: определения и примеры.
Тема 12.
Многогранные конусы и их свойства
Тема 13
Теоремы отделимости для конусов.
Тема 14.
Теорема Брауэра
Тема 15.
Комбинаторная лемма о выпуклых средних

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов по УСР	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Раздел 1. Выпуклые множества	**30**			**16**		**4**	
	Тема 1. Определение выпуклого множества, примеры.	**2**			**1**			
1.1.1.	Выпуклая оболочка. Симплекс. Теорема Каратеодори.	2			1			
	Тема 2. Топологические свойства выпуклых множеств.	**2**			**1**			
1.2.1.	Внутренность и замыкание выпуклого множества, внутренность замыкания и замыкание внутренности. Топологические свойства выпуклой оболочки.	2			1			Проверка индивидуальных заданий
	Тема 3. Аффинные пространства и аффинные оболочки.	**2**			**1**			
1.3.1	Размерность выпуклого множества. Относительная внутренность.	2			1			
	Тема 4. Определение проекции точки на множество	**2**			**1**			
1.4.1	Примеры. Существование и единственность проекции. Критерий евклидовой проекции	2			1			
	Тема 5. Отделимость выпуклых множеств.	**2**			**1**			
1.5.1	Критерий сильной отделимости и его следствия. Критерии существования опорного и собственно опорного функционала. Критерий собственной отделимости (теорема Фенхеля).	2			1			Проверка индивидуальных заданий
	Тема 6. Свойства относительной внутренности выпуклого множества.	**2**			**1**			
1.6.1	Свойства относительной внутренности выпуклого множества.	2			1			
	Тема 7. Конусы: определения и простейшие свойства.	**2**			**1**			
1.3.1	Порядок определяемый конусами.	2						
	Тема 8. Крайние точки: определения и примеры	**2**			**1**			
1.8.1.	Эквивалентные определения крайней точки. Топологические свойства множества крайних точек. Теорема Крейна – Мильмана. Выступающие точки и теорема Страшевича.	2			1			

	Тема 9. Асимптотические конусы и теорема Кли.	**2**			**1**			
1.9.1	Асимптотические конусы и теорема Кли	2			1			
	Тема 10. Комбинаторные свойства выпуклых множеств	**2**			**1**		**2**	
1.10.1	Теорема Радона. первая и вторая теорема Хелии, теоремы Сантало, Киршбергера, Красносельского и Берже.	2			1		2	Проверка индивидуальных заданий
	Тема 11. Выпуклые многогранники: определения и примеры.	**2**			**1**			
	Крайние точки выпуклых многогранников. Системы линейных неравенств. Теорема Минковского – Вейля	2			1			
	Тема 12. Многогранные конусы и их свойства	**2**			**1**			
	Произвольные многогранники. Общая форма теоремы Минковского – Вейля.	2			1			
	Тема 13. Теоремы отделимости для конусов.	**2**			**1**			
	Теоремы отделимости для конусов.	2			1			
	Тема 14. Теорема Брауэра	**2**			**2**			
1.14.1	Полное доказательство: разбиение симплекса	1			1			
1.14.1	Лемма Кнастера – Куратовского – Мазуркевича, доказательства для случая симплекса, а затем произвольного выпуклого множества.	1			1			Проверка индивидуальных заданий
	Тема 15. Комбинаторная лемма о выпуклых средних	**2**			**2**		**2**	
1.15.1	Слабая сходимость в пространстве непрерывных функций на компакте, доказательства для этого пространства теоремы Мазура о выпуклых комбинациях.	2			2		2	Проверка индивидуальных заданий
	Всего за семестр	**30**			**16**		**4**	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ
Список литературы

Основная литература

Данцер А., Грюнбаум Б., Кли В. Теорема Хелли и её приложения. — Москва: Мир, 1968.

Забрейко П.П. Выпуклые множества. — Минск: Белорусский государственный университет, 1984.

Иоффе А.Д., Тихомиров В.М. Теория экстремальных задач. — Москва: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1974.

Магарил – Ильяев Г.Г., Тихомиров В.М. Выпуклый анализ и его приложения. – – Москва: Эдиториал УРСС, 2000.

Пшеничный Б.Н. Выпуклый анализ и экстремальные задачи. — Москва: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1980.

Roberts A.W., Varberg D.E. Convex functions. — Academic Press, 1973.

Рокафеллар Р. Выпуклый анализ. — Москва: Мир, 1973.

Stoer J., Witzgall C. Convexity and optimization in finite dimensional. I. — Springer – Verlag, Berlin, 1970.

ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

1.. Определение выпуклого множества, примеры.

2. Выпуклая оболочка.

3. Симплекс. Теорема Каратеодори.

4. Топологические свойства выпуклых множеств: внутренность и замыкание выпуклого множества, внутренность замыкания и замыкание внутренности.

5. Топологические свойства выпуклой оболочки.

6. Аффинные пространства и аффинные оболочки.

7. Размерность выпуклого множества. Относительная внутренность.

8. Определение проекции точки на множество.

9. Существование и единственность проекции.

10. Критерий евклидовой проекции.

11. Отделимость выпуклых множеств.

12. Критерий сильной отделимости и его следствия. Критерии существования опорного и собственно опорного функционала.

13. Критерий собственной отделимости (теорема Фенхеля).

14. Свойства относительной внутренности выпуклого множества.

15. Конусы: определения и простейшие свойства.

16. Порядок, определяемый конусами.

17. Крайние точки: определения и примеры.

18. Эквивалентные определения крайней точки.

19. Топологические свойства множества крайних точек.

20.Теорема Крейна – Мильмана. Выступающие точки и теорема Страшевича.

21. Асимптотические конусы и теорема Кли.

22. Комбинаторные свойства выпуклых множеств: теорема Радона. первая и вторая теорема Хелии, теоремы Сантало, Киршбергера, Красносельского и Берже.

23. Выпуклые многогранники: определения и примеры.

24. Крайние точки выпуклых многогранников.

25. Системы линейных неравенств. Теорема Минковского – Вейля.

26. Многогранные конусы и их свойства.

27. Произвольные многогранники.

28. Общая форма теоремы Минковского – Вейля.

29. Теоремы отделимости для конусов.

30. Теорема Брауэра.

31. Комбинаторная лемма о выпуклых средних.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
С ДРУГИМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Математический анализ	Теории функций	нет	Вносить изменения не требуется (прот. № 12 от 22.05.2015)
Функциональный анализ	Кафедра функционального анализа	нет	Вносить изменения не требуется (прот. № 12 от 22.05.2015)
Аналитическая геометрия	Кафедра геометрии, топологии и методики преподавания математики	нет	Вносить изменения не требуется (прот. № 12 от 22.05.2015)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
на _____/_____ учебный год

№п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
(протокол № ____ от ________ 20_ г.)

Заведующий кафедрой

_______________________ ________________ __________________
(степень, звание) (подпись) (И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

_______________________ ________________ ___________________
(степень, звание) (подпись) (И.О.Фамилия)