

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе



А.Л. Толстик

Регистрационный № УД- 421 /уч.

МЕТРИЧЕСКИЕ ГЕОМЕТРИИ И ИХ ЧИСЛОВЫЕ СИСТЕМЫ

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 03 01 Математика (по направлениям)

Направление специальности

1-31 03 01-02 Математика (научно-педагогическая деятельность)

2015 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта ОСВО 1-31 03 01-2008, учебного плана специальности Математика (научно-педагогическая деятельность) № G31-022/уч. 24.09.2008.

СОСТАВИТЕЛИ:

В.И. Янчевский, зав. кафедрой геометрии, топологии и методики преподавания математики Белорусского государственного университета, доктор физ.-мат. наук, профессор, академик НАН Беларуси,

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Г.В. Матвеев, доцент кафедры высшей математики факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, кандидат физ.-мат. наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой геометрии, топологии и методики преподавания математики (протокол № 11 от 05.05.2015);

Учебно-методической комиссией механико-математического факультета Белорусского государственного университета 26.05.2015, протокол № 6.



ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Целью курса «Метрические геометрии и их числовые системы» является ознакомление слушателей с новым взглядом на различные геометрии (в частности, неархимедовы) с точки зрения метрической структуры, что отвечает потребностям построения новых физических моделей пространства.

Задачей курса является введение студентов в метрические (неархимедовы) геометрии, а также прояснение возникающих при этом числовых систем (скаляров).

Важность неархимедовых геометрий в современном естествознании состоит в том, что в различных моделях физического пространства гораздо более удобными являются неархимедовы геометрии, что свидетельствует о полезных приложениях неархимедовых геометрий. С другой стороны, переход от скаляров обычных (таких, например, как вещественные числа) к скалярам неархимедовым (например, p -адическим) требует тщательного анализа и построения соответствующей теории, что во многом определило как форму построения курса, так и подбор материала. В частности, наибольшее внимание уделяется числовым системам архимедовых (даже и нерациональных геометрий) и знакомству с аксиоматикой Гильберта, евклидовой геометрии. Последние два обстоятельства будут очень полезны будущим педагогам в изложении, как геометрии, так и арифметики и алгебры. Тесная связь дисциплины «Метрические геометрии и их числовые системы» с другими дисциплинами такими, как «Аналитическая геометрия», «Дифференциальная геометрия» и «Топология», позволяет органично сочетать тополого-геометрические знания с материалом, излагаемым в рассматриваемой дисциплине.

Таким образом, специальная дисциплина «Метрические геометрии и их числовые системы» занимает важное место среди других специальных дисциплин, преподаваемых студентам механико-математического факультета специальности «Математика» (направление – научно-педагогическая деятельность) очной формы получения высшего образования на пятом году обучения.

В результате изучения курса студенты должны:

- знать:** основы арифметики вычетов, теорему Вильсона и сопутствующие утверждения p -адической арифметики;
- уметь:** свободно оперировать с вещественными и p -адическими числами, формулировать основные положения аксиоматики Пеано, конструировать числовые системы основных метрических геометрий;
- владеть:** аксиоматикой основами архимедовой и неархимедовой арифметик.

В соответствии с учебным планом специальности на изучение дисциплины отводится 118 часов, в том числе 68 аудиторных часов: лекции – 38 часов, практические занятия – 26 часов, УСР – 4 часа. Рекомендуемая форма отчетности – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Числовые системы рациональных геометрий.

Евклидова геометрия. Аксиоматический метод. Скаляры, измерения величин. Натуральные числа. Аксиоматика Пеано. Сложение. Существование сложения. Законы сложения. Упорядочение натуральных чисел. Решение равенств и неравенств (аддитивный случай). Решение уравнений неравенств (продолжение). Кратные слагаемые. Функция умножения. Существование. Степени. Законы умножения. Дистрибутивный закон. Системы счисления. Правила сложения и умножения «в столбик». Деление и разность. Целые числа. Конструкция классов эквивалентностей. Операции и законы обычной арифметики. Дроби обыкновенные и десятичные. Дроби (десятичные) периодические и непериодические. Числа рациональные и иррациональные.

Раздел 2. Числовые системы плотной геометрии.

Геометрическое доказательство существования иррациональных чисел. Алгебраическое доказательство существования иррациональных чисел. Отступление. Бесконечность множества простых чисел. m -адические числа. p -адические числа для простых P . Арифметика вычетов по модулю m . Арифметика вычетов по простому модулю. Деление. Теорема Вильсона. Извлечение квадратного корня. Решение квадратных уравнений. Извлечение кубического корня. Уравнения высших степеней. Применение 10 -арифметики к делению многозначных чисел. m -адические и p -адические числа (возвращение). Геометрические прогрессии. Извлечение квадратных корней и квадратные уравнения. Функции нормирований.

Раздел 3. Метрические геометрии.

Метрические пространства, вещественные и p -адические метрики. Вещественная и p -адическая кривые. Перенесение метрик на плоскость. Архимедовы и не архимедовы геометрии. Аксиома Архимеда (вещественный и p -адические случаи). Различные метрики в вещественной и p -адической ситуации. Полнота вещественной и p -адической прямых. Алгебраические фигуры в различных метрических геометриях.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
МЕТРИЧЕСКИЕ ГЕОМЕТРИИ И ИХ ЧИСЛОВЫЕ СИСТЕМЫ

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Числовые системы рациональных геометрий	14	10				2	
1.1	Евклидова геометрия. Аксиоматический метод. Скаляры, измерения величин.	2	2					
1.2	Натуральные числа. Аксиоматика Пеано. Сложение. Существование сложения. Законы сложения.	2					2	Опрос
1.3	Упорядочение натуральных чисел. Решение равенств и неравенств (аддитивный случай). Решение уравнений неравенств (продолжение). Кратные слагаемые.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
1.4	Функция умножения. Существование. Степени. Законы умножения. Дистрибутивный закон.	2	2					Опрос
1.5	Системы счисления. Правила сложения и умножения «в столбик». Деление и разность. Целые числа. Конструкция классов эквивалентностей.	2	2					Опрос

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.6	Операции и законы обычной арифметики. Дроби обыкновенные и десятичные.	2						Проверка индивидуальных заданий
1.7	Дроби (десятичные) периодические и непериодические. Числа рациональные и иррациональные.	2	2					Опрос
2	Числовые системы плотной геометрии.	16	12				2	
2.1	Геометрическое доказательство существования иррациональных чисел. Алгебраическое доказательство существования иррациональных чисел.	2	2					
2.2	Отступление. Бесконечность множества простых чисел. M -адические числа. P -адические числа для простых P .	2	2					Опрос
2.3	Арифметика вычетов по модулю m . Арифметика вычетов по простому модулю.	2	2					Опрос
2.4	Деление. Теорема Вильсона. Извлечение квадратного корня.	2					2	Проверка индивидуальных заданий
2.5	Решение квадратных уравнений. Извлечение кубического корня.	2	2					Опрос

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2.6	Уравнения высших степеней. Применение 10-арифметики к делению многозначных чисел.	2	2					Опрос
2.7	M -адические и p -адические числа (возвращение). Геометрические прогрессии.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
2.8	Извлечение квадратных корней и квадратные уравнения. Функции нормирований.	2						Опрос
3	Метрические геометрии.	8	4					
3.1	Метрические пространства, вещественные и p -адические метрики. Вещественная и p -адическая кривые.	2	2					
3.2	Перенесение метрик на плоскость. Архимедовы и не архимедовы геометрии.	2						Опрос
3.3	Аксиома Архимеда (вещественный и p -адические случаи). Различные метрики в вещественной и p -адической ситуации.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
3.4	Полнота вещественной и p -адической прямых. Алгебраические фигуры в различных метрических геометриях.	2						Опрос
	Итого:	38	26				4	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Литература:

1. Дынкин Е.Б. Математические беседы. – 2-е изд. / Е.Б. Дынкин, В.А. Успенский. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 240 с.
2. Кононов С.Г. Введение в математику: Учеб. пособие для студ. мех.-мат. фак. спец. G 31 03 01 «Математика». В 3 ч. Ч 2. Числа и координаты / С.Г. Кононов, Р.И. Тышкевич, В.И. Янчевский. - Мн.: БГУ, 2003. – 126 с.: ил.

Темы докладов для управляемой самостоятельной работы студентов:

1. Арифметика классов вычетов по модулю « n ».
2. Конечные поля.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Самостоятельная работа студентов - это любая деятельность, связанная с воспитанием мышления будущего профессионала. В широком смысле под самостоятельной работой следует понимать совокупность всей самостоятельной деятельности студентов как в учебной аудитории, так и вне её, в контакте с преподавателем и в его отсутствии.

Самостоятельная работа реализуется:

1. Непосредственно в процессе аудиторных занятий - на лекциях, практических и семинарских занятиях, при выполнении лабораторных работ.
2. В контакте с преподавателем вне рамок расписания - на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.
3. В библиотеке, дома, в общежитии, на кафедре при выполнении студентом учебных и творческих задач.

При изучении дисциплины организация самостоятельной работы студентов должна представлять единство трех взаимосвязанных форм:

1. Внеаудиторная самостоятельная работа;
2. Аудиторная самостоятельная работа, которая осуществляется под непосредственным руководством преподавателя;
3. Творческая, в том числе научно-исследовательская работа.

Виды внеаудиторной самостоятельной работы студентов разнообразны: подготовка и написание рефератов, докладов, очерков и других письменных работ на заданные темы.

Аудиторная самостоятельная работа может реализовываться при проведении практических занятий, семинаров, выполнении лабораторного практикума и во время чтения лекций.

При чтении лекционного курса непосредственно в аудитории необходимо контролировать усвоение материала основной массой студентов путем проведения экспресс-опросов по конкретным темам.

На практических и семинарских занятиях различные виды самостоятельной работы студентов позволяют сделать процесс обучения более интересным и поднять активность значительной части студентов в группе.

На практических занятиях нужно не менее 1 часа из двух (50% времени) отводить на самостоятельное решение задач. Практические занятия целесообразно строить следующим образом: 1. Вводное слово преподавателя (цели занятия, основные вопросы, которые должны быть рассмотрены). 2. Беглый опрос. 3. Решение 1-2 типовых задач. 4. Самостоятельное решение задач. 5. Разбор типовых ошибок при решении (в конце текущего занятия или в начале следующего).

Результативность самостоятельной работы студентов во многом определяется наличием активных методов ее контроля. Существуют следующие виды контроля:

- входной контроль знаний и умений студентов при начале изучения очередной дисциплины;
- текущий контроль, то есть регулярное отслеживание уровня усвоения материала на лекциях, практических и лабораторных занятиях;
- промежуточный контроль по окончании изучения раздела или модуля курса;
- самоконтроль, осуществляемый студентом в процессе изучения дисциплины при подготовке к контрольным мероприятиям;
- итоговый контроль по дисциплине в виде зачета или экзамена;
- контроль остаточных знаний и умений спустя определенное время после завершения изучения дисциплины.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Аналитическая геометрия	Геометрии, топологии и МПМ	нет	Вносить изменения не требуется. Протокол №11, 05.05.2015
Дифференциальная геометрия	Геометрии, топологии и МПМ	нет	Вносить изменения не требуется. Протокол №11, 05.05.2015
Топология	Геометрии, топологии и МПМ	нет	Вносить изменения не требуется. Протокол №11, 05.05.2015

Рецензия
на учебную программу
по спецкурсу «Метрические геометрии и их числовые системы» для
специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям)

Воспитание у школьников, а затем на более высоком уровне студентов естественно-научных специальностей чувства глубокой взаимосвязи между понятиями пространства и числа является одной из главных задач математического образования.

Рецензируемая программа спецкурса «Метрические геометрии и их числовые системы» посвящена решению двух задач: проведение строгого обоснования понятия числовой системы с включением в содержание этого понятия не только обычных чисел, но и таких как, например, p -адические, и рассмотрение метрических геометрий, отвечающим моделям физического пространства, связанным с микромиром.

Уровень изложения вполне доступен студентам 5 курса.

Среди основных обсуждаемых в курсе понятий: натуральные, рациональные, вещественные, p -адические числа, а также числа, связанные с m -арифметиками, метрические геометрии среди которых евклидовы и неархимедовы.

Основные факты курса: аксиоматика Пеано, конструкция кольца целых и поля рациональных чисел; неархимедовость p -адических геометрий.

Специальный курс «Метрические геометрии и их числовые системы» рассчитан на студентов педагогического направления, поскольку позволяет еще раз переосмыслить основные понятия математики – понятия числа и пространства.

Таким образом, рецензируемая учебная программа может быть принята в качестве учебной специального курса «Метрические геометрии и их числовые системы» для студентов специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям).

Рецензент:
доцент кафедры высшей математики
ФПМИ БГУ,
кандидат физ.-мат. наук



Г.В. Матвеев



Г.В. Матвеев