

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

« 1 » _____ 2015 г.

Регистрационный № УД _____ /уч.



ТЕОРИЯ РАЗБИЕНИЙ ЧИСЕЛ

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности**

1-31 03 01 Математика (по направлениям)

Направление специальности

1-31 03 01-01 Математика (научно-производственная деятельность)

2015г.

Учебная программа составлена на основе ОСРБ 1-31 03 01-2012, 30.08.2012 и учебного плана, регистрационный № G31-104/уч., 30.05.2012; по специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям) 1-31 03 01-01 Математика (научно-производственная деятельность).

СОСТАВИТЕЛЬ:

Шлык Владимир Александрович – профессор кафедры высшей алгебры и защиты информации механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой высшей алгебры и защиты информации
(протокол № 11 от 22.05.2015)

Учебно-методической комиссией механико-математического факультета
Белорусского государственного университета
(протокол № 6 от 26.05.2015)



ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Лежащая на стыке теории чисел и комбинаторики теория разбиений чисел является классической областью математики. В ее развитие внесли вклад крупнейшие математики. Разбиения чисел играют важную роль во многих областях математики и современной физики. Вторая половина XX века отмечена существенными новыми продвижениями в их изучении. В частности, автором курса предложен полиэдральный подход в теории разбиений. Целью курса является ознакомление студентов с основными задачами теории и методами их решения, изучение наиболее важных и красивых классических и новых результатов, а также знакомство с некоторыми открытыми проблемами теории.

Дисциплина тесно связана с такими дисциплинами как «Алгебра и теория чисел».

Цель дисциплины «Введение в теорию разбиений чисел»: изложить основы теории разбиений чисел.

Образовательная цель: знакомство с основными понятиями и результатами теории разбиений чисел, изучение современных методов решения классических и новых задач теории.

Развивающая цель: формирование у студентов понимания единства различных областей математики, развитие комбинаторного математического мышления, знакомство с техникой комбинаторных, алгебраических и геометрических доказательств, изучение методов решения конкретных математических задач, привитие студентам умения самостоятельно изучать учебную и научную математическую литературу.

Основные задачи, решаемые в рамках изучения дисциплины «Введение в теорию разбиений чисел»:

- ознакомить студентов с основными понятиями и методами теории разбиений чисел, такими, как граф Феррера, биективное доказательство тождеств, метод производящих функций;
- изучить классические и новые результаты теории разбиений чисел и методы их доказательства;
- развить у студентов комбинаторное мышление и общую математическую культуру;
- привить студентам умение самостоятельно изучать учебную и научную математическую литературу.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать:

– основные понятия и результаты теории разбиений чисел;

- методы доказательств важнейших результатов, изучаемых в рамках учебной дисциплины «Коды, исправляющие ошибки»;
- алгоритмы решения задач по дисциплине «Введение в теорию разбиений чисел»;

уметь:

- проводить биективные доказательства с использованием обобщенного метода удвоения частей и графов Феррера;
- применять метод производящих функций;
- строить политоп разбиений малых чисел и определять их вершины;

владеть:

- основными навыками решения задач, связанных с разбиениями чисел;
- методами доказательств основных теорем, встречающихся в курсе «Введение в теорию разбиений чисел»;
- навыками использования комбинаторных, алгебраических и геометрических методов для проведения самостоятельных математических и междисциплинарных исследований.

–

Учебная программа предназначена для студентов 4 курса (8 семестр) очной формы получения образования.

–

В соответствии с учебным планом специальности на изучение дисциплины отводится 70 часов, из них 34 часа аудиторных занятий. Распределение аудиторных часов по видам занятий: лекции – 22 часа, практические занятия – 8 часов, УСР – 4 часа. Рекомендуемая форма отчетности – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Основные понятия и задачи теории разбиений чисел.

История теории разбиений чисел. Способы представления разбиений. Основные классы разбиений. Графы и диаграммы Феррера. Сопряженные разбиения. Тождество Эйлера.

Тема 2. Биективные доказательства тождеств.

Биективное доказательство тождества Эйлера. Метод удвоения частей для доказательства тождеств и его обобщение. Пары Эйлера и тождества.

Тема 3. Классические теоремы теории разбиений чисел.

Числовая пентагональная теорема Эйлера, доказательство Франклина. Конгруенции Рамануджана. Первое тождество Роджерса-Рамануджана и попытки получения его биективного доказательства. Гипотеза Алдера.

Тема 4. Метод производящих функций в теории разбиений чисел.

Производящие функции. Применение производящих функций для подсчета чисел разбиений из различных классов.

Тема 5. Полиэдральный подход в теории разбиений разбиений чисел.

Многогранники и политопы. Грани, вершины, ребра, фасеты. Построение политопа разбиений чисел. Описание фасет политопа разбиений

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов				Материальное обеспечение занятия (наглядные, методические)	Форма контроля знаний
		лекции	практические (семинарские) занятия	лабораторные занятия	Количество часов по УСР		
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Основные понятия и задачи теории разбиений чисел.	2	2				
1.1	История теории разбиений чисел. Способы представления разбиений. Основные классы разбиений. Графы и диаграммы Феррера. Сопряженные разбиения. Тождество Эйлера.	2	2				Проверка индивидуальных заданий
2	Биективные доказательства тождеств.	4	2		2		
2.1	Биективное доказательство тождества Эйлера. Метод удвоения частей для доказательства тождеств и его обобщение. Пары Эйлера и тождества.	2	2				Проверка индивидуальных заданий
2.2	Число разбиений на супер-различные части, биективное доказательство Брессо.	2			2		Контрольная ¹ работа
3.	Классические теоремы теории разбиений чисел.	6					
3.1	Числовая пентагональная теорема Эйлера, доказательство Франклина. Конгруенции Рамануджана.	2					Проверка индивидуальных заданий
3.2	Первое тождество Роджерса-Рамануджана и попытки получения его биективного доказательства. Гипотеза Алдера.	2					Проверка индивидуальных заданий
3.3	Теорема Шура, доказательство Брессо. Числа разбиений и числа Фибоначчи.	2					Проверка индивидуальных заданий
4	Метод производящих функций в теории разбиений чисел.	4	2		2		

4.1	Производящие функции. Применение производящих функций для подсчета чисел разбиений из различных классов.	2	2		2		Контрольная работа
4.2	Доказательства теоремы Эйлера и пентагональной теоремы Эйлера с помощью метода производящих функций.	2					Проверка индивидуальных заданий
5	Полиэдральный подход в теории разбиений чисел.	6	2				
5.1	Многогранники и политопы. Грани, вершины, ребра, фасеты. Построение политопа разбиений чисел. Описание фасет политопа разбиений.	2	2				
5.2	Свойства вершин политопа разбиений чисел. Достаточные и необходимые условия для вершин. Операции над вершинами.	2					Проверка индивидуальных заданий
5.3	Проблема распознавания вычисления вершин и ее сложность. Метод вычисления вершин. Результаты вычисления вершин и открытые проблемы.	2					Проверка индивидуальных заданий
	Итого	22	8		4		

ИНФОРМАЦИОННАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Andrews G.E., Eriksson K. Integer Partitions. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2004. 141 p.
2. Эндрюс Г. Теория разбиений. – М.: Наука, 1982. 256 с.
3. Холл М. Комбинаторика. – М.: Мир, 1970. 424 с.
4. Ландо С.К. Лекции о производящих функциях. М.: МЦНМО, 2007. 144 с.
5. Емеличев В.А., Ковалев М.М., Кравцов М.К. Многогранники графы оптимизация (комбинаторная теория многогранников). Под ред. И.В. Викторенкова, С.П. Тарасова. – М.: Наука, 1981. 341 с.
6. Шлык В.А. Критерий представления разбиений чисел в виде выпуклой комбинации двух разбиений // Вестник БГУ. Сер. 1. – 2009. – № 2. – С. 109–114.

Дополнительная литература

7. Эйлер Л. Введение в анализ бесконечных. Т. 1. – М.: Гос. изд. физ.-мат. лит., 1961. – 316 с.
8. Dickson, L.E. History of the Theory of Numbers, Vol. II: Diophantine Analysis. Washington, D.C.: Carnegie Inst. – 1919. – № 256 (reprinted: Dover, Mineola, New York, 2005). – xxv+803 p.
9. Харди Г. Двенадцать лекций о Рамануджане. М., Институт компьютерных исследований, 2002. -- 336 с.
10. Shlyk V.A. Polyhedral approach to integer partitions. // Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing, 2014, Vol. 89, P. 113–128

**ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
С ДРУГИМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

[illegible]

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**
на ____/____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры высшей алгебры и защиты информации (протокол № ____ от _____ 20__ г.)

Заведующий кафедрой

(степень, звание) (подпись) (И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

(степень, звание) (подпись) (И.О.Фамилия)А