

**Белорусский государственный университет**

**УТВЕРЖДАЮ**  
Проректор по учебной работе

\_\_\_\_\_ А.Л. Толстик

\_\_\_\_\_ (подпись)  
\_\_\_\_\_ (дата утверждения)

Регистрационный № УД- 2576 /уч.

**МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

**Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальностей:**

**1-31 04 06 Ядерная физика и технологии**

**1-31 04 07 Физика наноматериалов и нанотехнологий**

**1-31 04 08 Компьютерная физика**

**1-31 04 01 Физика (по направлениям), направление специальности**

**1-31 04 01-01 Физика (научно-исследовательская деятельность)**

Минск 2016г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 04 01-2013, ОСВО 1-31 04 06-2013, ОСВО 1-31 04 07-2013, ОСВО 1-31 04 08-2013; учебных планов №G31-163/уч. и №G31и-174/уч., №G31-142/уч. и №G31и-175/уч., №G31-143/уч. и №G31и-179/уч., №G31-144/уч. и №G31и-178/уч., утвержденных 30.05.2013 и типовой учебной программы «Методы математической физики», утвержденной 05.04.2016г., регистрационный номер ТД-С.568/тип.

**Составители:**

**Н.Г. Абрашина-Жадаева** – заведующая кафедрой высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук Российской Федерации, доцент;

**В.Н. Русак** – профессор кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета  
(протокол № 10 от 25мая 2016г.).

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета  
(протокол № 6 от 31мая 2016 г.).

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа по учебной дисциплине «Методы математической физики» разработана в соответствии с требованиями образовательных стандартов высшего образования по специальностям первой ступени: 1-31 04 01 «Физика (по направлениям)», направление специальности 1-31 04 01-01 «Физика (научно-исследовательская деятельность)», 1-31 04 06 «Ядерная физика и технологии», 1-31 04 07 «Физика наноматериалов и нанотехнологий», 1-31 04 08 «Компьютерная физика»

Данная программа является основным документом, который определяет объем и содержание дисциплины. На ее основе в каждом учебном заведении кафедры имеют право (в соответствии с нормативными документами Министерства образования Республики Беларусь) изменять порядок изучения программного материала, самостоятельно распределять часы на изучение каждой темы.

В механике, гидродинамике, оптике, электродинамике возникают математические модели в виде дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка, называемых уравнениями математической физики. Дисциплина «Методы математической физики» содержит необходимый математический аппарат и теорию основных уравнений математической физики. Она вырабатывает у студентов навыки построения математических моделей простейших физических явлений, решения (аналитического и численного) получающихся при этом математических задач и составляет математическую основу дисциплин общей и теоретической физики и специальных физических дисциплин, читаемых на кафедрах.

Целями освоения дисциплины «Методы математической физики» являются

- формирование знаний и навыков математического моделирования физических процессов,
- овладение методами решения уравнений в частных производных, возникающих в постановках задач математической физики.
- овладение математическим аппаратом для дальнейшего использования при решении теоретических и прикладных задач.

В процессе изучения дисциплины решаются задачи:

- формирование навыков построения математических моделей простейших физических явлений и знаний о методах их решения;
- обеспечение фундаментальной математической подготовкой студентов физических специальностей,
- выработка умений практически использовать комплекс методов при решении прикладных задач.

Дисциплина «Методы математической физики» базируется на знаниях и представлениях, заложенных в дисциплинах «Математический анализ»,

«Дифференциальные и интегральные уравнения», «Механика», «Молекулярная физика», «Электричество и магнетизм».

Данная учебная программа по дисциплине согласована с учебными программами по дисциплинам: «Математический анализ», «Дифференциальные и интегральные уравнения», «Основы векторного и тензорного анализа», «Основы функционального анализа и теории функций».

Заложенные в основу программы вопросы отвечают современному состоянию теории уравнений математической физики в той же мере, как это требуется будущим специалистам по физике и нанотехнологиям, радиофизике и компьютерным технологиям.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

**знать:**

- основные уравнения математической физики и постановки краевых задач;
- основные методы решения краевых задач;

**уметь:**

- поставить начально-краевую задачу для уравнений различных типов;
- решать задачи методом разделения переменных, методом функции Грина методами конечных разностей.

**владеть:**

- методикой построения математических моделей;
- методами решения и анализа задач в соответствии с целями образовательной программы.

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих групп компетенций:

**Академические компетенции:**

- АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.
- АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.
- АК-3. Владеть исследовательскими навыками.
- АК-4. Уметь работать самостоятельно.
- АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.
- АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникации.
- АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

**Социально-личностные компетенции:**

- СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.
- СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.
- СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.
- СЛК-6. Уметь работать в команде.

**Профессиональные компетенции:**

- ПК-1. Применять знания теоретических и экспериментальных основ физики, современных технологий и материалов, методы исследования физических объектов, методы измерения физических величин, методы автоматизации эксперимента.

ПК-2. Использовать новейшие открытия в естествознании, методы научного анализа, информационные образовательные технологии, физические основы современных технологических процессов, научное оборудование и аппаратуру.

ПК-4. Пользоваться глобальными информационными ресурсами, компьютерными методами сбора, хранения и обработки информации, системами автоматизированного программирования, научно-технической и патентной литературой.

ПК-8. Осуществлять на основе методов математического моделирования оценку эксплуатационных параметров оборудования и технологических процессов, эффективности разрабатываемых технологий.

Общее количество часов, отводимых на данную программу – 174 часа, из них количество аудиторных часов – 76.

Аудиторные занятия проводятся в виде лекций и практических занятий. На проведение лекционных занятий отводится 42 часа, на практические занятия – 28 часа, управляемая самостоятельная работа – 6 часов.

Занятия проводятся на 2-м курсе в 4-м семестре.

Форма получения высшего образования – очная, дневная.

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – экзамен.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### **1. Типы и канонические формы уравнений с частными производными 2-го порядка.**

Дифференциальные уравнения с двумя независимыми переменными. Дифференциальные уравнения со многими независимыми переменными.

### **2. Уравнения гиперболического типа.**

Вывод уравнений поперечных колебаний струны и мембраны. Постановка задач, имеющих единственное решение. Метод Даламбера и корректность постановки задач математической физики. Метод Пуассона и пространственные звуковые волны. Колебания бесконечной мембраны. Решение задачи Коши для неоднородного волнового уравнения. Простейший вариант метода разделения переменных. Решение смешанной задачи для неоднородного уравнения колебаний струны. Поперечные колебания вращающейся струны. Применение цилиндрических функций при нахождении собственных колебаний круглой мембраны.

### **3. Уравнения параболического типа.**

Физические задачи о распространении тепла и диффузии газов. Постановка смешанной задачи для уравнения теплопроводности и принцип максимума и минимума. Единственность решения смешанной задачи и задачи Коши. Применение преобразований Фурье при решении уравнения теплопроводности стержня, физический смысл фундаментального решения. Достаточный признак существования решения задачи Коши, понятие обобщенного решения. Общая схема метода разделения переменных для уравнений с переменными коэффициентами. Применение цилиндрических функций при решении задачи о нагревании бесконечного круглого цилиндра.

### **4. Уравнения эллиптического типа.**

Физические процессы и постановки краевых задач. Формулы Грина. Интегральные представления и свойства гармонических функций. Единственность и корректность постановки краевых задач. Метод Фурье для прямоугольных, круговых и цилиндрических областей, достаточный признак существования решения задачи Дирихле для круга. Применение полиномов Чебышева-Эрмита при решении уравнения Шредингера. Сферические функции и движение электрона в кулоновском поле. Решение краевых задач методом функций Грина, построение функции Грина для простейших областей, решение задачи Дирихле для полупространства. Простейшие сведения из теории потенциала, сведение задачи Дирихле к интегральному уравнению. Уравнение Гельмгольца, принцип максимума, построение решения в неограниченных областях.

### **5. Приближенные методы решения задач математической физики.**

Метод сеток при решении задачи Дирихле, сведение задачи Дирихле к системе линейных уравнений, разрешимость приближенной задачи, сходимость приближенного решения к точному. Метод сеток при решении параболических и гиперболических уравнений.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические (семинарские) занятия	лабораторные занятия	иное	Количество часов УСП		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	<b>Методы математической физики</b>	<b>42</b>	<b>28</b>			<b>6</b>		
1.	<b>Типы и канонические формы уравнений с частными производными 2-ого порядка (8ч.)</b>	<b>4</b>	<b>4</b>					
1.1	Линейные уравнения с двумя независимыми переменными. Линейные уравнения со многими независимыми переменными.	4	4				[1–4], [6], [9], [13]	Устный опрос
2.	<b>Уравнения гиперболического типа (22 ч.)</b>	<b>12</b>	<b>8</b>			<b>2</b>		
2.1	Вывод уравнений и постановка задач. Уравнение поперечных колебаний струны и мембраны. Постановка краевых задач. Единственность решения смешанной задачи.	2	2				[1], [4], [6], [7]	Контроль домашних заданий
2.2	Решение задачи Коши методом Даламбера. Корректность постановки задач математической физики	2					[1], [4], [9], [12], [13]	
2.3	Метод Пуассона и пространственные звуковые волны. Колебание бесконечной мембраны. Решение задачи Коши для неоднородного волнового уравнения.	4					[1], [3], [4], [6], [13]	
2.4	Решение смешанных задач. Простейшая схема метода Фурье. Существование классического решения. Разнообразие задач Штурма-Лиувилля. Смешанная задача для неоднородного уравнения колебаний струны.	4	6				[1], [3], [4], [6], [13]	Устный опрос. Контроль домашних заданий

	Приложения полиномов Лежандра и цилиндрических функций.							
2.5	Текущий контроль успеваемости по темам.2.1–2.3					2		Коллоквиум
3	<b>Уравнения параболического типа (16ч).</b>	<b>8</b>	<b>6</b>			<b>2</b>		
3.1	Вывод уравнения теплопроводности и постановка задач. Уравнения теплопроводности 3-х мерной области. Принцип максимума и минимума	2					[1], [4], [8], [5]	
3.2	Задачи Коши для однородного уравнения теплопроводности. Единственность решения. Построение формального решения. Обоснование классического решения и его физический смысл	4					[1], [3], [4]	
3.3	Решение смешанной задачи в одномерном случае. Общая схема метода Фурье. Доказательство теоремы об ортогональности системы собственных функций.	2	6				[1], [4]	Устный опрос. Контроль домашних заданий
3.4	Текущий контроль успеваемости по разделам 3.1 и 3.3					2		Контр. работа №1
4.	<b>Уравнения эллиптического типа (26ч.)</b>	<b>14</b>	<b>10</b>			<b>2</b>		
4.1.	Краевые задачи Дирихле и Неймана. Физические процессы, приводящиеся к задачам. Общие свойства гармонических функций. Вопросы единственности и корректности. Метод Фурье для прямоугольных и круговых областей,	4	6				[1], [4], [6], [12], [13]	Устный опрос. Контроль домашних заданий
4.2.	Сферические функции и их приложения. Свойства сферических функций. Применение полиномов Чебышева к решению уравнений Шредингера. Решение задачи Дирихле для цилиндрических функций	4	2				[4], [8], [9]	Устный опрос
4.3.	Текущий контроль успеваемости по темам 4.1 и 4.2					2		Контр. работа №2
4.4.	Простейшие сведения из теории потенциала. Объемный потенциал и его свойства. Сведение краевых задач к интегральным уравнениям.	2					[5], [10], [11]	
4.5	Решение краевых задач методом функций Грина. Понятие функции Грина. Построение функции Грина для простейших областей.	2	2				[1], [4] [5], [7]	Контроль домашних заданий
4.6	Уравнение Гельмгольца. Постановка задач, принцип	2					[1], [4]	



	максимума. Фундаментальные решения и потенциалы.							
5	<b>Приближенные методы решения задач математической физики (4ч.)</b>	<b>4</b>						
5.1.	Метод сеток для решения задачи Дирихле. Построение разностной схемы. Разрешимость приближенной задачи и сходимость приближенного решения к точному.	2					[1], [4]	
5.2.	Метод сеток при решении параболических и гиперболических уравнений. Простейшие вычислительные схемы. Метод сеток для уравнения с переменными коэффициентами.	2					[1], [4]	

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Рекомендуемая литература

#### Основная:

1. Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. — М.: Наука, 2004. — 798 с.
2. Лебедев, Н.Н. Специальные функции и их приложения. / Н.Н. Лебедев. — СПб.: Лань, 2010.— 358 с.
3. Русак, В.Н. Математическая физика / В.Н. Русак. — М.: Комкнига, 2006.— 245 с.
4. Будак, Б.М. Сборник задач по математической физике / Б.М. Будак, А.А. Самарский, А.Н. Тихонов. — М.: Физматлит, 2003.— 688 с.
5. Арсенин, В.Я. Методы математической физики и специальные функции / В.Я. Арсенин. — М.: Наука, 1984.— 367 с.
6. Кошляков, Н.С. Основные дифференциальные уравнения математической физики / Н.С. Кошляков, Э.Б. Глинер, М.М. Смирнов. — М.: Физматгиз, 1962.— 767 с.

#### Дополнительная

1. Курант Р. Методы математической физики / Р. Курант, Д. Гильберт. — М.—Л.: Гостехиздат. — 1951.
2. Соболев, С.Л. Уравнения математической физики / С.Л. Соболев. — М.: Наука, 1966.— 474 с.
3. Владимиров, В.С. Уравнения математической физики / В.С. Владимиров. — М.: Наука, 1981.— 435 с.
4. Никифоров, А.Ф. Основы специальных функций / А.Ф. Никифоров, В.Б. Уваров. — М.: Наука, 1974.— 470 с.
5. Смирнов, М.М. Задачи по уравнениям математической физики / М.М. Смирнов. — М.: Наука, 1968. — 112 с.
7. Смирнов, В.И. Курс высшей математики, Т.2 / В.И. Смирнов. — М.: Наука, 1981.— 682 с.
6. Русак, В.Н. Задачи по математической физике и их решение / В.Н. Русак, Н.К. Филиппова. — Мн: БГУ, 2007. — 112 с.

### Перечень используемых средств диагностики результатов учебной деятельности

Для текущего контроля и самоконтроля знаний и умений студентов по данной дисциплине можно использовать следующий диагностический инструментарий:

- тестовые задания по отдельным разделам (темам) дисциплины;
- коллоквиум –1;
- устные опросы;
- письменные контрольные работы по отдельным темам курса – 2.

Текущая аттестация по дисциплине осуществляется на экзамене. Оценка на экзамене выставляется по десятибалльной шкале.

### **Примерный перечень тем управляемой самостоятельной работы студентов:**

#### **Примерный перечень тем контрольных работ**

1. Приведение к каноническому виду уравнений 2-го порядка и метод Фурье для параболических уравнений.
2. Решение краевых задач для эллиптических уравнений в прямоугольных и круговых областях.

#### **Примерный перечень тем коллоквиумов**

1. Классификация уравнений второго порядка.
2. Уравнения гиперболического типа.

#### **Примерный перечень тем практических занятий**

1. Приведение к каноническому виду уравнений 2-го порядка
2. Метод разделения переменных для гиперболических уравнений.
3. Метод разделения переменных для параболических уравнений.
4. Применение цилиндрических функций к решению гиперболических и параболических уравнений.
5. Решение задач Дирихле и Неймана для прямоугольных областей.
6. Решение краевых задач для эллиптических уравнений в круговых областях.
7. Метод разделения переменных в эллиптических задачах для цилиндрических и сферических областей.
8. Применение потенциалов и функций Грина при решении краевых задач.

#### **Рекомендации по текущему контролю качества усвоения знаний и проведению аттестации**

Для текущего контроля качества усвоения знаний по дисциплине рекомендуется использовать контрольные работы по разделам дисциплины, устные опросы. Контрольные мероприятия проводятся в соответствии с учебно-методической картой дисциплины. В случае неявки на контрольное мероприятие по уважительной причине студент вправе по согласованию с преподавателем выполнить его в дополнительное время. Для студентов, получивших неудовлетворительные оценки за контрольные мероприятия, либо не явившихся по неуважительной причине, по согласованию с преподавателем и с разрешения заведующего кафедрой мероприятие может быть

проведено повторно. Предлагается аналогичное домашнее задание, обязательное выполнение которого является необходимым условием для получения зачета и допуска к экзамену.

Контрольные работы проводятся в письменной форме. На выполнение контрольной работы отводится 90 мин. Оценка каждой из контрольных работ проводится по десятибалльной шкале.

Оценка текущей успеваемости рассчитывается как среднее арифметическое оценок за каждое из письменных контрольных работ и коллоквиумов.

Текущая аттестация по учебной дисциплине проводится в форме экзамена, к экзамену допускаются студенты, чья оценка текущей успеваемости не менее 4 баллов.

Экзаменационная оценка и оценка текущей успеваемости служат для определения рейтинговой оценки по дисциплине, которая рассчитывается как средневзвешенная оценка текущей успеваемости и экзаменационной оценки. Рекомендуемые весовые коэффициенты для оценки текущей успеваемости — 0,4; для экзаменационной оценки — 0,6.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Математический анализ	Высшей математики и математической физики	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения	Рекомендовать к утверждению учебную программу в представленном варианте протокол № 10 от 25.05.2016
Дифференциальные и интегральные уравнения	Высшей математики и математической физики	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения	Рекомендовать к утверждению учебную программу в представленном варианте протокол № 10 от 25.05.2016
Основы векторного и тензорного анализа	Высшей математики и математической физики	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения	Рекомендовать к утверждению учебную программу в представленном варианте протокол № 10 от 25.05.2016
Основы функционального анализа и теории функций	Высшей математики и математической физики	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения	Рекомендовать к утверждению учебную программу в представленном варианте протокол № 10 от 25.05.2016

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО**  
на 2017/ 2018 учебный год

№№ пп	Дополнения и изменения	Основание
	<p>В учебную программу по дисциплине «Методы математической физики» для специальностей: 1-31 04 01-01 «Физика (научно-исследовательская деятельность)», 1-31 04 06 «Ядерная физика и технологии», 1-31 04 07 «Физика наноматериалов и нанотехнологий», 1-31 04 08 «Компьютерная физика» изменения и дополнения не вносятся</p>	

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры высшей математики и математической физики (протокол № 10 от 31 мая 2017 г.)

Заведующая кафедрой высшей математики  
и математической физики \_\_\_\_\_ Н.Г. Абрашина-Жадаева

УТВЕРЖДАЮ  
Декан физического факультета  
д.ф.-м.н., профессор \_\_\_\_\_ В.М. Анищик

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО**  
на 2018/ 2019 учебный год

№№ пп	Дополнения и изменения	Основание
	<p>В учебную программу по дисциплине «Методы математической физики» для специальностей: 1-31 04 01-01 «Физика (научно-исследовательская деятельность)», 1-31 04 06 «Ядерная физика и технологии», 1-31 04 07 «Физика наноматериалов и нанотехнологий», 1-31 04 08 «Компьютерная физика» изменения и дополнения не вносятся</p>	

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры высшей математики и математической физики (протокол № 11 от 27 июня 2018 г.).

Заведующая кафедрой высшей математики  
и математической физики \_\_\_\_\_ Н.Г. Абрашина-Жадаева

УТВЕРЖДАЮ  
Декан физического факультета  
д.ф.-м.н., профессор \_\_\_\_\_ В.М. Анищик