

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям
Чуприс О. И.
«10» _____ 2018 г.

Регистрационный № УД-5936 /уч.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальностей:**

- | | |
|------------|---------------------------------------|
| 1-31 81 12 | Прикладной компьютерный анализ данных |
| 1-31 80 09 | Прикладная математика и информатика |

2018 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта высшего образования ОСВО 1-31 81 12-2015; учебного плана G31-251/уч., утв. 26.05.2017; ОСВО 1-31 80 09-2012; учебного плана G31-252/уч., утв. 26.05.2017

СОСТАВИТЕЛЬ

Б. В. Фалейчик, доцент кафедры вычислительной математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

С. В. Лемешевский, доцент кафедры математического моделирования и управления ФПМИ, кандидат физико-математических наук

П. П. Матус, главный научный сотрудник отдела информационных технологий Института математики НАН Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой вычислительной математики БГУ (протокол № 14 от 19.04.2018);
Научно-методическим Советом БГУ (протокол № 5 от 04.05.2018)


Зав. кафедрой



И. В. У. Рогинский
1

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цель учебной дисциплины «Математическое моделирование и оптимизация сложных систем» – обучение студентов методам построения, исследования и оптимизации моделей сложных систем.

В рамках поставленной цели **задачи** учебной дисциплины состоят в следующем:

- обучение основам теории динамических систем с дискретным и непрерывным временем;
- ознакомление с базовыми моделями синхронизации осциллирующих объектов;
- ознакомление студентов с основными методами стохастической оптимизации;
- формирование у студентов навыков исследования сложных систем путем вычислительного эксперимента с использованием современных вычислительных средств.

Учебная дисциплина «Математическое моделирование и оптимизация сложных систем» относится к циклу специальных дисциплин (государственный компонент).

Основой для изучения этой дисциплины являются курсы первой ступени «Математический анализ», «Геометрия и алгебра», «Дифференциальные уравнения» (или «Высшая математика» с включением соответствующих разделов).

Учебный материал, излагаемый в учебной дисциплине «Математическое моделирование и оптимизация сложных систем», связан с учебной дисциплиной «Численные методы и программные средства компьютерного моделирования и анализа» из компонента учреждения высшего образования (3 семестр).

В результате изучения дисциплины студент магистратуры должен:

знать

- основные понятия и теоремы теории динамических систем
- классические модели физических, биологических и химических систем, а также их свойства
- методы вероятностной оптимизации сложных систем

уметь

- строить математические модели для решения типовых классов прикладных задач;
- исследовать свойства дискретных и непрерывных динамических систем
- применять вероятностные методы оптимизации для решения прикладных задач

владеть

- приемами построения типовых математических моделей;
- навыками компьютерной реализации методов моделирования и оптимизации сложных систем.

Освоение учебной дисциплины «Математическое моделирование и оптимизация сложных систем» должно обеспечить формирование следующих академических, социально-личностных и профессиональных компетенций:

академические компетенции:

АК-2. Методологические знания и исследовательские умения, обеспечивающие решение прикладных задач и инновационной деятельности;

социально-личностные компетенции:

СЛК-1. Учитывать социальные и нравственно-этические нормы в социально-профессиональной деятельности;

СЛК-4. Совершенствовать и развивать свой интеллектуальный и общекультурный уровень, добиваться нравственного и физического совершенствования своей личности;

СЛК-7. Проявлять инициативу и креативность, в том числе в нестандартных ситуациях;

профессиональные компетенции:

ПК-1. Квалифицированно использовать современные достижения по разработке и анализу математических моделей, методов компьютерного анализа данных и современные информационные технологии;

ПК-3. Самостоятельно разрабатывать эффективные численные методы и алгоритмы, а также интегрировать их в компьютерные системы анализа данных;

ПК-4. Обосновывать выбор методов и инструментов для решения прикладных задач.

В соответствии с учебным планом специальности 1-31 81 12 «Прикладной компьютерный анализ данных» учебная программа предусматривает для изучения дисциплины всего 168 часов, из них 68 аудиторных часов, в том числе лекций – 34 часа, лабораторных занятий – 34 часа. Трудоемкость учебной дисциплины для указанной специальности составляет 5 зачетных единиц.

В соответствии с учебным планом специальности 1-31 80 09 «Прикладная математика и информатика» учебная программа предусматривает для изучения дисциплины всего 204 часа, из них 68 аудиторных часов, в том числе лекций – 34 часа, лабораторных занятий – 34 часа. Трудоемкость учебной дисциплины для указанной специальности составляет 6 зачетных единиц.

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – зачет и экзамен в 1 семестре.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Динамические системы с непрерывным временем

Тема 1.1. Введение в курс. Понятие сложной системы. Структурная и динамическая сложность. Динамические системы с дискретным и непрерывным временем. Основные понятия теории динамических систем. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент. Примеры моделей.

Тема 1.2. Динамические системы с одномерным фазовым пространством. Классические одномерные модели популяционной динамики. Устойчивость точек равновесия одномерных динамических систем. Фазовые портреты. Анализ устойчивости на основе линеаризации. Понятие бифуркации, бифуркационные диаграммы. Основные типы одномерных бифуркаций: седлоузловая, транскритическая, вилкообразные бифуркации. Гистерезис. Несовершенные бифуркации и катастрофы. Катастрофа сборки. Модель заражения леса вредителями.

Тема 1.3. Динамические системы с двумерным фазовым пространством. Фазовый поток и фазовые портреты на плоскости, изоклины и нульклины. Классификация линейных динамических систем. Устойчивые и неустойчивые многообразия. Экспонента матрицы. Линеаризация динамических систем. Гиперболические неподвижные точки. Топологическая эквивалентность и структурная устойчивость динамических систем. Связь линейных и нелинейных динамических систем: теорема Гробмана-Хартмана. Модель соперничества популяций.

Тема 1.4. Предельные множества динамических систем. Осциллятор Ван-дер-Поля. Понятие предельной точки и предельного множества. Инвариантные множества динамических систем. Предельные циклы. Устойчивость предельных множеств, отображение Пуанкаре, сечения Пуанкаре. Теорема Пуанкаре–Бендиксона. Исследование модели реакции Белоусова-Жаботинского. Бифуркации на плоскости: аналоги одномерных бифуркаций, суперкритическая, субкритическая и вырожденные бифуркации Андронова-Хопфа.

Тема 1.5. Многомерные динамические системы. Хаос. Система Лоренца. Анализ точек равновесия системы Лоренца с помощью линеаризации. Существование положительно инвариантной области. Аттракторы, понятие странного аттрактора. Вычисление отображения Лоренца.

Раздел 2. Динамические системы с дискретным временем.

Тема 2.1. Простейшие модели и основные понятия. Дискретные одномерные модели популяционной динамики: логистическая модель, модель Морана, модель Хассела. Диаграммы Ламерея. Неподвижные точки отображений, орбиты, циклы. Сопряженные отображения. Устойчивость неподвиж-

ных точек и циклов. Гиперболические особые точки отображений. Критерий асимптотической устойчивости неподвижной точки. Модель «хозяин–паразитoid».

Тема 2.2. Бифуркации отображений. Хаотические отображения. Бифуркационные диаграммы отображений. Седлоузловая, транскритическая, вилкообразная бифуркации. Бифуркация удвоения периода. Бесконечная последовательность бифуркаций удвоения периода для логистического отображения. Универсальные константы Фейгенбаума. Сверхустойчивые неподвижные точки и циклы. Универсальные функции и оператор ренормализации. Понятие хаотического отображения, отображение «палатка», его свойства и связь с логистическим отображением.

Тема 2.3. Циклы отображений. Порядок Шарковского. Цикл периода три: понятие покрытия отрезка под действием отображения, петли, лемма о маршруте, основная теорема о цикле периода три.

Раздел 3. Модели синхронизации осциллирующих объектов

Тема 3.1. Модель Миролло–Строгаца. Понятие осциллятора, примеры синхронизации осцилляторов в природе. Математическая постановка задачи синхронизации. Случай двух осцилляторов: анализ динамики отображения возвращения, доказательство синхронизации. Пример с точным решением. Многомерный случай.

Тема 3.2. Модель Курамото. Математическое описание осциллятора в модели Курамото. Понятие фазовой автоподстройки частоты. Анализ двумерного случая. Анализ общего случая: параметр порядка, исследование поведения системы при $N \rightarrow \infty$.

Раздел 4. Вероятностные методы оптимизации

Тема 4.1. Метод имитации отжига (ИО). Общие сведения о вероятностных методах оптимизации. Постановка задачи комбинаторной оптимизации. Моделирование процесса отжига, алгоритм Метрополиса. Классический алгоритм МО. Стратегии уменьшения управляющего параметра (планы охлаждения), критерии остановки. Анализ сходимости метода ИО. Пример: задача коммивояжера. Модификации метода для случая непрерывной оптимизации.

Тема 4.2. Метод дифференциальной эволюции (ДЭ). Общие сведения об эволюционных алгоритмах оптимизации. Классический алгоритм ДЭ. Случай условной минимизации. Алгоритм ДЭ для случая комбинаторной оптимизации. Типы стратегий поиска.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

| Номер раздела, темы | Название раздела, темы | Количество аудиторных часов | | Количество часов УСР | Форма контроля знаний |
|---------------------|---|-----------------------------|----------------------|----------------------|---|
| | | Лекции | Лабораторные занятия | | |
| 1 | Раздел 1. Динамические системы с непрерывным временем | | | | Коллоквиум, лабораторная работа 1, контрольная работа 1 |
| 1.1 | Введение в курс | 2 | | | |
| 1.2 | Динамические системы с одномерным фазовым пространством | 2 | 4 | | |
| 1.3 | Динамические системы с двумерным фазовым пространством | 4 | 4 | | |
| 1.4 | Предельные множества динамических систем | 2 | 2 | | |
| 1.5 | Система Лоренца. Хаос | 2 | 2 | | |
| 2 | Раздел 2. Динамические системы с дискретным временем | | | | Коллоквиум, лабораторная работа 2, контрольная работа 1 |
| 2.1 | Простейшие модели и основные понятия | 2 | 2 | | |
| 2.2 | Бифуркации отображений. Хаотические отображения | 4 | 4 | | |
| 2.3 | Циклы отображений | 2 | 2 | | |
| 3 | Раздел 3. Модели синхронизации систем осциллирующих объектов | | | | Коллоквиум, лабораторная работа 3, контрольная работа 2 |
| 3.1 | Модель Миролло–Строгаца | 4 | 4 | | |
| 3.2 | Модель Курамото | 4 | 4 | | |
| 4 | Раздел 4. Вероятностные методы оптимизации | | | | Коллоквиум, лабораторная работа 4, контрольная работа 2 |
| 4.1 | Метод имитации отжига | 4 | 4 | | |
| 4.2 | Метод дифференциальной эволюции | 2 | 2 | | |
| | Всего | 34 | 34 | | |

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Рекомендуемая литература

Основная

1. Лоскутов А. Ю., Михайлов А. С. Основы теории сложных систем. – М. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2007. – 620 с.
2. Арнольд В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. — Ижевск: Ижевская республиканская типография. 2000. — 368 с.
3. Strogatz, Steven H. Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry and Engineering : Westview Press, 2000. – 498 p.
4. Boccardo, Nino. Modeling Complex Systems. Second edition. Springer, 2010. – 490 p.
5. Хайпер Э., Персетт С, Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. — М.: Мир, 1990.
6. Feoktistov V. Differential evolution. In search of solutions. Springer Science+Business Media, LLC. – 2006. – 200p.
7. P. J. M. van Laarhoven, E. H. L. Aarts. Simulated Annealing: Theory and applications. Springer Science + Business Media, LLC. – 1987. – 187 p.
8. Mirollo R., Strogatz S. Synchronization of Pulse-Coupled Biological Oscillators. SIAM J. Appl. Math., 1990.

Дополнительная

9. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – 2-е изд., испр. – М.:ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 320 с.
10. Hairer E., Wanner G., Lubich C. Geometric Numerical Integration: Structure-preserving methods for ordinary differential equations. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 2nd ed. – 2006. – 650 p.
11. Арнольд В.И. Математические методы классической механики. 3 изд., перераб. и доп. — М.: Наука, 1989, — 472 с.
12. Калинин А.И. Асимптотические методы оптимизации возмущенных динамических систем. — Мн.: «Экоперспектива», 2000. — 183 с.
13. Альсевич, В.В. Методы оптимизации: упражнения и задания: Учебное пособие / В.В. Альсевич, В.В. Крахотко — Мн.: БГУ, 2005. — 405 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики

Для текущего контроля качества усвоения знаний студентами рекомендуется использовать следующий диагностический инструментарий:

- лабораторные работы;
- письменные контрольные работы
- коллоквиум;
- устные вопросы.

Лабораторные работы как правило представляют собой задания, включающие программную реализацию указанного численного метода (язык программирования обычно выбирается самим студентом), проведение вычислительного эксперимента и комментарии по его итогам. Рекомендуемая форма отчетности по лабораторной работе – письменный отчет. Лабораторная работа оценивается по стандартной 10-балльной шкале. Оценка за лабораторную работу может быть снижена в случае несвоевременного выполнения.

Письменные контрольные работы проводятся для контроля знаний по одному или нескольким разделам курса. Они включают, как правило, 4-5 заданий и оцениваются по 10-балльной шкале. В случае неудовлетворительной оценки контрольная работа может быть переписана.

Коллоквиум представляет собой персональную устную беседу преподавателя со студентом с целью определения уровня знаний по пройденным темам. Для более точной оценки коллоквиум может включать дополнительный письменный этап. По результатам коллоквиума выставляется оценка по 10-балльной шкале.

Устный опрос студентов проводится в свободной форме в течение лабораторных занятий. Его результаты учитываются преподавателем при выставлении рейтинговой оценки в конце семестра.

Методика формирования итоговой оценки

Итоговая оценка формируется на основе:

1. Правил проведения аттестации студентов (Постановление Министерства образования Республики Беларусь №53 от 29 мая 2012 г.);
2. Положения о рейтинговой системе оценки знаний по дисциплине в БГУ (Приказ ректора БГУ от 18.08.2015)
3. Критериев оценки знаний студентов (письмо Министерства образования от 22.12.2003 г.)

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ

| Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование | Название кафедры | Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине | Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу |
|---|-----------------------------------|---|---|
| Численные методы и программные средства компьютерного моделирования и анализа | Кафедра вычислительной математики | Нет | Именений не требуется, протокол № 14 от 19.04.2018 |

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

| № п/п | Дополнения и изменения | Основание |
|----------|------------------------|-----------|
| | | |

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 201_ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
