

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

О.И.Чуприс

28.06.2018

Регистрационный № УД-5258 / уч.

ГЕОМЕТРИЯ И АЛГЕБРА

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности первой ступени высшего образо-
вания:**

1-31 03 04 Информатика

2018 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта высшего образования ОСВО 1-31 03 04-2013, типовой учебной программы ТД G-514/тип. от 20.05.2015 и учебных планов УВО G31-169/уч., G31и-192/уч. от 30.05.2013.

Составители:

Г.П. Размыслович, доцент кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

А.В. Филиппов, доцент кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

Рекомендована к утверждению:

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой высшей математики Белорусского государственного университета (протокол № 10 от 18 апреля 2018 г.);

Научно-методическим Советом Белорусского государственного университета (протокол № 5 от 4 мая 2018 г.).



Пояснительная записка

Учебная программа по учебной дисциплине «Геометрия и алгебра», которая является дисциплиной государственного компонента общенаучных и общепрофессиональных дисциплин, разработана в соответствии с учебным планом и образовательным стандартом первой ступени высшего образования по специальности 1-31 03 04 «Информатика».

Учебная дисциплина «Геометрия и алгебра» знакомит студентов с основными понятиями аналитической геометрии и высшей алгебры.

Базой для изучения данной учебной дисциплины являются учебные дисциплины «Алгебра» и «Геометрия», изучаемые в средней школе.

Геометрия и алгебра является базовой математической учебной дисциплиной. Методы, излагаемые в учебной дисциплине «Геометрия и алгебра», используются при изучении учебных дисциплин «Дифференциальные уравнения», «Математический анализ», «Вычислительные методы алгебры», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Методы оптимизации», а также при изучении ряда учебных дисциплин специализаций.

Цель преподавания учебной дисциплины «Геометрия и алгебра»:

- во-первых, дать глубокие знания по одному из основных разделов учебной дисциплины высшей математики, имеющего тесную связь с многочисленными прикладными проблемами и богатые приложения;
- во-вторых, создать фундамент, необходимый для усвоения материала перечисленных выше учебных дисциплин;
- в-третьих, сформировать одну из основных частей банка знаний специалистов университетского уровня в избранной области деятельности.

Основные задачи, решаемые при изучении учебной дисциплины «Геометрия и алгебра» - изучение аналитической геометрии и основ высшей алгебры.

При изложении учебной дисциплины важно показать возможности использования аппарата геометрии и алгебры при решении как чисто теоретических, так и прикладных задач, возникающих в различных областях науки, техники, экономики и др. Целесообразно выделить моменты построения алгоритмов полученных результатов с целью их реализации при помощи средств вычислительной техники.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать:

- основы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве;
- основные понятия высшей алгебры;
- основы линейной алгебры;

уметь:

- применять метод координат при исследовании алгебраических кривых и поверхностей первого и второго порядков;
- решать основные задачи теории векторных, евклидовых и унитарных пространств;
- решать системы линейных алгебраических уравнений;
- применять аппарат аналитической геометрии и линейной алгебры при ре-

шении задач специальности;

владеть:

- аппаратом алгебры и аналитической геометрии;
- навыками исследования геометрических объектов, задаваемых уравнениями первой и второй степени;
- навыками использования матричных методов для решения задач линейной алгебры.

Освоение учебной программы должно обеспечить формирование следующих групп компетенций:

академических компетенций – углубленных научно-теоретических, методологических знаний и исследовательских умений, обеспечивающих разработку научно-исследовательской, инновационной деятельности, непрерывного самообразования, в соответствии с которыми специалист должен:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-5. Быть способным порождать новые идеи (обладать креативностью).

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

социально-личностных компетенций – личностных качеств и умений следовать социально-культурным и нравственным ценностям; способностей к социальному, межкультурному взаимодействию, критическому мышлению; социальной ответственности, позволяющей решать социально-профессиональные, организационно- управленческие, воспитательные задачи в соответствии с которыми специалист должен:

СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.

СЛК-6. Уметь работать в команде.

профессиональных компетенций – в соответствии с которыми специалист должен:

ПК-3. Взаимодействовать со специалистами смежных профилей.

ПК-4. Анализировать и оценивать собранные данные.

ПК-6. Готовить доклады, материалы к презентациям и представлять на них.

ПК-7. Пользоваться глобальными информационными ресурсами.

ПК-8. Владеть современными средствами телекоммуникаций.

ПК-13. Владеть современными информационными технологиями.

ПК-14. Работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой.

Учебная программа рассчитана на 524 учебных часа, в том числе 272 аудиторных часа, примерное распределение которых по видам занятий включает: лекции - 136 часов, практические занятия - 120 часов, аудиторная управляемая самостоятельная работа – 16 часов.

Рекомендуемая форма текущей аттестации – зачеты, экзамены в 1,2 семестрах.

Содержание учебного материала

Раздел I. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве

1. Введение

Предмет дисциплины «Геометрия и алгебра». Исторические сведения о развитии этого раздела математики. Роль и место геометрии и алгебры в системе математического образования.

2. Системы координат на прямой, плоскости и пространстве

Метод координат на прямой, плоскости и в пространстве. Прямоугольная, полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат.

3. Векторы

Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.

4. Прямые и плоскости

Различные виды уравнений прямой на плоскости и в пространстве. Уравнения плоскости. Взаимное расположение прямых и плоскостей.

5. Фигуры второго порядка на плоскости и в пространстве

Фигуры второго порядка на плоскости и в пространстве. Приведение уравнений линий и поверхностей второй порядка к каноническому виду.

Раздел II. Алгебра

6. Алгебраическая операция. Группа, кольцо, поле

Бинарное отношение. Отношения эквивалентности и порядка, классы эквивалентности. Алгебраическая операция. Группа. Кольцо. Поле. Изоморфизмы полей.

7. Комплексные числа

Поле комплексных чисел. Алгебраическая, тригонометрическая и экспоненциальная формы комплексных чисел. Возведение в степень и извлечение корня n -ой степени из комплексного числа. Корни из единицы.

8. Многочлены

Кольцо многочленов над полем. Деление с остатком. Алгоритм Евклида. Корни многочлена. Разложение многочленов на неприводимые многочлены. Интерполяция. Схема Горнера. Рациональные дроби. Многочлены над $\mathbb{Q}$. Неприводимые многочлены над $\mathbb{Q}$. Критерий Эйзенштейна.

9. Матрицы и определители

Матричная алгебра. Определители. Теорема Лапласа. Обратная матрица. Системы линейных уравнений. Правило Крамера. Метод Гаусса. Матричные уравнения.

10. Векторные пространства

Векторное (линейное) пространство. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис и размерность. Подпространства. Линейные оболочки. Сумма и пересечение подпространств. Ранг системы векторов. Ранг матрицы и теорема о базисном миноре.

11. Системы уравнений

Критерий совместности систем линейных уравнений. Общее решение систем линейных уравнений.

12. Линейные отображения

Линейные отображения. Изоморфизм векторных пространств. Ядро и образ линейного преобразования (оператора). Невырожденное линейное преобразование. Собственные векторы и собственные значения. Характеристическая матрица и характеристический многочлен. Операторы простой структуры.

13. Полиномиальные матрицы

Полиномиальные матрицы. Критерии эквивалентности полиномиальных матриц. Критерий подобия матриц. Минимальный многочлен. Теорема Гамильтона-Кели. Нормальные формы матриц: жорданова нормальная форма матрицы, обобщенная жорданова форма матрицы, нормальные формы Фробениуса.

14. Квадратичные формы

Билинейные и квадратичные формы. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду. Критерии эквивалентности квадратичных форм над полем R и над полем C . Приведение квадратичной формы к каноническому виду при помощи ортогональных преобразований. Критерии знакоопределённости действительных квадратичных форм.

15. Евклидовы и унитарные пространства

Евклидовы и унитарные пространства. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Ортогональное дополнение подпространства.

16. Изометрические и симметрические преобразования

Изометрический оператор. Самосопряжённый оператор. Разложение произвольного линейного оператора в произведение изометрического и самосопряжённого операторов.

17. Векторные и матричные нормы. Псевдообратная матрица

Векторные и матричные нормы. Эквивалентность норм. Псевдообратная матрица Мура-Пенроуза. Нормальное псевдорешение системы линейных уравнений.

18. Теория чисел

Делимость чисел. Простые и составные числа. Числовые сравнения. Сравнения и системы сравнений первой степени с одним неизвестным.

Учебно-методическая карта дисциплины

Номер разде- ла темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных ча- сов		Количество часов УСР	Форма кон- троля знаний
		лекции	практические занятия		
1	2	3	4		9
I семестр					
Раздел I. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве					
1.1.	Введение	2			
1.2.	Системы координат на прямой, плоскости и пространстве. Система координат на прямой. Деление отрезка в заданном отно- шении. Системы координат на плоскости: прямоугольная, поляр- ная. Прямоугольная система координат в пространстве.	2	4		Текущий контроль
1.3.	Векторы. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость и неза- висимость. Скалярное, векторное и смешанное произведение векто- ров. Свойства.	8	6	2	Текущий контроль. Контроль- ная работа
1.4.	Прямые и плоскости. Уравнение прямой на плоскости и в пространстве. Уравнение плос- кости в пространстве. Взаимное расположение прямых и плоско- стей.	14	12	2	Текущий контроль. Контроль- ная работа
1.5.	Линии второго порядка. Эллипс и его свойства. Гипербола и ее свойства. Парабола и ее свойства. Касательная к эллипсу, гиперболе, параболе. Общее урав- нение линий второго порядка.	6	4		Текущий контроль Контроль- ная работа

1.6.	Поверхности второго порядка в пространстве. Общее уравнение поверхностей в пространстве. Канонические уравнения поверхностей.	2	2		Текущий контроль
	Раздел II. Алгебра				
2.1.	Комплексные числа. Алгебраическая, тригонометрическая, экспоненциальная форма записи. Извлечение корней из комплексных чисел.	6	8		Текущий контроль
2.2.	Алгебраическая операция. Группа, кольцо, поле. Отношение порядка и эквивалентности. Алгебраическая операция. Группа. Кольцо. Поле. Простейшие свойства.	6	4		Текущий контроль
2.3.	Многочлены. Операции над многочленами. Свойства. Деление многочленов с остатком. Свойства делимости. НОД. Корни многочленов. Основная теория алгебры Следствия из основной теоремы алгебры над кольцом $C[x]$ и $R[x]$.	10	8	2	Текущий контроль. Контрольная работа
2.4.	Матрицы. Операции над матрицами. Свойства. Перестановки. Определитель и его свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Методы вычисления определителей n -ого порядка. Обратная матрица и её свойства.	10	8	2	Текущий контроль
2.5.	Системы линейных уравнений. Основные определения и понятия. невырожденные системы. Общие системы. Метод Гаусса. Матричные уравнения.	2	4		Текущий контроль

II семестр					
1	2	3	4	5	6
2.7.	Векторные пространства. Базис и размерность пространства. Ранг системы векторов и ранг матрицы. Определение векторного пространства. Свойства. Подпространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Координаты вектора. Ранг матрицы.	14	8	0	Текущий контроль
2.8.	Системы уравнений. Критерий совместности. Однородные системы. Матричные уравнения.	4	2	2	Текущий контроль Контрольная работа
2.9.	Линейные отображения. Определение и свойства. Изоморфизм векторных пространств. Линейные преобразования. Действия над линейными преобразованиями. Подобные матрицы. Ранг и дефект линейного преобразования. Собственные векторы и собственные значения. Жорданов базис.	10	16	0	Текущий контроль
2.10.	Полиномиальные матрицы (λ – матрицы). Элементарные преобразования. каноническая λ -матрица. Система НОД миноров. Первый критерий эквивалентности λ -матриц. Система элементарных делителей. Второй критерий эквивалентности λ -матрицы. Унимодулярные матрицы и третий критерий эквивалентности λ -матриц. Критерий подобия матриц. Жорданова и обобщенно жорданова форма матриц. Минимальный многочлен.	12	10	2	Текущий контроль Контрольная работа

2.11.	Квадратичные формы. Линейная и билинейная формы. Каноническая квадратичная форма. Нормальный вид квадратичной формы над полем $\mathbb{C}$ и $\mathbb{R}$. Положительно определенные квадратичные формы.	6	6	0	Текущий контроль Контрольная работа
2.12.	Евклидовы и унитарные пространства. Длина вектора. Неравенства Коши–Шварца–Буняковского. Неравенство треугольника. Процесс ортогонализации. Определитель Грама. Матрица скалярного произведения. Ортогональные матрицы.	8	6	2	Текущий контроль
2.13.	Изометрические и симметрические преобразования. Основные определения и понятия. Свойства. Ортонормированный базис из собственных векторов. Приведение квадратичной формы к каноническому виду при помощи ортогональных преобразований.	6	8	0	Текущий контроль
2.14.	Векторные и матричные нормы. Согласованность норм. Матричные нормы подчиненные векторной норме. Эквивалентность. Псевдообратная матрица Мура-Пенроуза. Нормальное псевдорешение системы линейных уравнений	4	2	2	Текущий контроль Контрольная работа.
2.15.	Теория чисел. Делимость чисел. Простые и составные числа. Числовые сравнения. Сравнения и системы сравнений первой степени с одним неизвестным. Приложения теории чисел.	4	2	0	Текущий контроль

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Рекомендуемая литература

Основная

1. Беняш-Кривец В.В., Мельников О.В. Лекции по алгебре: группы, кольца, поля. Изд-во БГУ, Минск, 2008г. 116с.
2. Биркгоф Г., Барти Т. Современная прикладная алгебра. М., 2005г., 400с.
3. Бурдун А.А., Мурашко Е.А., Толкачев М.М., Феденко А.С. Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии. - Мн., "Университетское", 1989, 222с.
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. - М.: "Наука", 1974г., 232с.
5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. -М: "Наука", 1981г., 294с
6. Лидл Р., Нидеррайтер Р. Конечные поля. М., 1989г., 428с
7. Милованов М.В., Тышкевич Р.И., Феденко А.С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. I. - Мн., "Выш. школа", 1976г., 544с.
8. Милованов М.В., Тышкевич Р.И., Феденко А.С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. II. - Мн., "Выш. школа", 1984г., 302с.
9. Нестеренко Ю.В. Теория чисел. М., «Академия», 2008г., 272с.
10. Размыслович Г.П., Феденя М.М., Ширяев В.М. Геометрия и алгебра. - Мн., "Университетское", 1987г., 350с.
11. Размыслович Г.П., Феденя М.М., Ширяев В.М. Сборник задач по геометрии и алгебре. - Мн., "Университетское", 1999г., 384с.
12. Тышкевич Р.И., Феденко А.С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Мн., "Выш. школа", 1976г., 544с.
13. Ширяев В.М. Прикладная алгебра. Теория чисел. Сборник задач. Мн: Изд-во БГУ, 2009г., 152с.
14. Шнеперман Л.Б. Курс алгебры и теории чисел в задачах и упражнениях. Т1., Мн: Вышэйшая школа, 1986, 272с.
15. Шнеперман Л.Б. Курс алгебры и теории чисел в задачах и упражнениях. Т2., Мн: Вышэйшая школа, 1987, 256с.

Дополнительная

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: "Наука", 1984г., 320с.
2. Воеводин В.В. Линейная алгебра. - М., "Наука", 1990, 400с.
3. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: "Наука", 1967г., 575с.
4. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. - М.: "Наука", 1980, 240с.
5. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. -М., "Наука", 1975, 431с.
6. Кострикин А.И., Манин Ю.И. Линейная алгебра и геометрия. М.: "Наука", 1986г., 304с.
7. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. М.: "Наука", 1978г., 384с.
8. Фаддеев Д.Н., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. М.: "Наука", 1977, 188с.

Описание инновационных подходов к преподаванию дисциплины

На лекционных занятиях по учебной дисциплине «Геометрия и алгебра» возможно использование элементов эвристического обучения: проблемное изложение некоторых аспектов, использование частично-поискового метода.

На лабораторных занятиях по учебной дисциплине «Геометрия и алгебра» рекомендуется использовать индивидуальный, творческий подход. Студенты получают от преподавателя задания, разрабатывают методы решения задач.

Условия для самостоятельной работы студентов, в частности, для развития навыков самоконтроля, способствующих интенсификации учебного процесса, обеспечиваются:

- наличием и использованием в учебном процессе систем автоматического тестирования через “E-University”, которые доступны пользователям через Интернет;
- наличием и полным доступом обучающегося к библиотечным фондам, электронным средствам обучения, доступностью электронных (и бумажных) вариантов лекций, учебно-методических пособий и сборников задач по основным разделам учебной дисциплины, указаниями к решению типовых задач.

Перечни используемых средств диагностики результатов учебной деятельности

Для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений поэтапным и конечным требованиям образовательной программы создаются фонды оценочных средств, включающие следующие формы:

Устные формы:

- собеседования;
- индивидуальные задания с их устной защитой.

Письменные формы:

- коллоквиумы;
- контрольные работы;
- письменные отчеты по домашним практическим заданиям.

Устно-письменные формы:

- отчеты по аудиторным практическим упражнениям с их устной защитой;
- отчеты по домашним практическим упражнениям с их устной защитой;
- зачеты;
- экзамены по учебной дисциплине.

Технические формы:

– электронные тесты.

Оценочными средствами предусматривается оценка способности обучающихся к творческой деятельности, их готовность вести поиск эффективного решения новых задач.

Для диагностики компетенций в рамках учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие примерные задания по управляемой самостоятельной работе:

1. Векторы.
2. Прямые и плоскости.
3. Многочлены.
4. Матрицы.
5. Системы уравнений.
6. Полиномиальные матрицы.
7. Евклидовы и унитарные пространства.
8. Векторные и матричные нормы.

Методика формирования итоговой оценки

Текущая аттестация проводится в соответствии с Постановлением Министерства образования Республики Беларусь № 53 от 29 мая 2012 г. «Об утверждении Правил проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования»; Положением о рейтинговой системе оценки знаний по дисциплине в Белорусском государственном университете, Приказ ректора БГУ № 382-ОД от 18 августа 2015 г.; критериями оценки уровня знаний и компетенций студентов № 21-04-1/105 от 22 декабря 2003 г.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола) ¹
Методы оптимизации	МОУ	Нет	Изменения не требуются. Протокол № 10 от 18.04.2018г.
Программирование	ИСУ	Нет	Изменения не требуются. Протокол № 10 от 18.04.2018г.
Теория алгоритмов	ДМиА	Нет	Изменения не требуются. Протокол № 10 от 18.04.2018г.
Вычислительные методы алгебры	ВычМ	Нет	Изменения не требуются. Протокол № 10 от 18.04.2018г.
Теория вероятностей	ММАД	Нет	Изменения не требуются. Протокол № 10 от 18.04.2018г.

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ

на ____/____ учебный год

№№ Пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры дискретной математики и алгоритмики (протокол № ____ от _____ 201_ г.)

Заведующий кафедрой

(ученая степень, звание)

(подпись)

(И.О. Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

(ученая степень, звание)

(подпись)

(И.О.Фамилия)