

Белорусский государственный университет



УТВЕРЖДАЮ

Проект по учебной работе

А.Л. Толстик

“30” июня 2017 г.

Регистрационный № УД-1003 /уч.

## МЕТОДЫ И ЗАДАЧИ ДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Учебная программа учреждения высшего образования

по учебной дисциплине для специальности

1-31 03 02 Механика и математическое моделирование

Минск 2017

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта ОСВО 1-31 03 02 по специальности 1-31 03 02 Механика и математическое моделирование, утвержденного 30.08.2013 г. и учебного плана № G31-136/уч. от 30.05.2013 г.

СОСТАВИТЕЛЬ:

Босяков Сергей Михайлович, доцент кафедры теоретической и прикладной механики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой теоретической и прикладной механики Белорусского государственного университета  
(протокол № 9 от 28.04.2017)

Учебно -методической комиссией механико – математического факультета

27 июня 2017, протокол №5

Зав. кафедрой ТиПМ

/М.А.Журавков/



## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина «Методы и задачи динамической теории упругости» направлен на ознакомление студентов с основными методами исследования закономерностей распространения упругих продольных и поперечных волн в упругих однородных неограниченных средах. В частности, в рамках учебной дисциплины излагается метод плоских волн, даются определения фазовой и групповой скорости распространения плоских волн, коэффициента затухания, а также определяются типы волн, распространяющихся в упругой изотропной среде. Помимо метода плоских волн, излагаются основы теории характеристик дифференциальных уравнений с частными производными (метод сильных разрывов), а также метод сильных разрывов. Основная задача дисциплины – сообщить студенту необходимый минимум знаний по фундаментальным вопросам распространения волновых движений в упругих средах и подготовить его для активной самостоятельной работы над современными прикладными и теоретическими проблемами динамической теории упругости.

Сведения о динамическом поведении упругих тел можно получить также при решении практических задач связанных, в частности, с определением напряжений, возникающих от вращения тел, исследовании стоячих волн, связанных с колебаниями, и закономерностей распространения в телах упругих волн от действия источника возбуждения силового характера и так далее. Поэтому содержание излагаемого материала базируется как на материалах лекций, так и на материалах лабораторных занятий. Поскольку динамические задачи теории упругости достаточно сложны и громоздки, при их решении целесообразно использовать современные системы компьютерной математики для персональных компьютеров, в частности *Mathematica*. Эта программа позволяет находить выражения для производных и первообразных заданных функций, решать в аналитическом виде сложные алгебраические и дифференциальные уравнения, производить всевозможные символьные преобразования математических выражений, а также получать искомую информацию в виде графиков и таблиц. Выполнение соответствующих лабораторных работ позволяет студентам не только ознакомится с некоторыми из динамических задач математической теории упругости, но и приобрести навыки самостоятельного применения функций системы *Mathematica* при их решении. Задания лабораторных работ индивидуализируются с помощью таблицы механических констант.

### **Цели дисциплины:**

- изложение методов решения динамических задач теории упругости, связанных с исследованием закономерностей распространения волн в упругих изотропных и анизотропных средах;
- изучение основных характеристик процессов распространения волн в упругих средах;
- математическое моделирование напряженного состояния тел при действии инерционных сил;
- изучение подходов к исследованию закономерностей распространения упругих волн в однородных анизотропных средах и сплошных телах.

### **Задачи дисциплины:**

- формирование установки на творческую профессиональную деятельность;
- формирование у студентов основных понятий, описывающих распространение волн в упругих средах;
- изучение основных характеристик волновых процессов в упругих средах;
- изучение закономерностей распространения упругих волн в неограниченных телах и средах;
- изучение напряженно-деформированного состояния сплошных тел при действии динамической нагрузки.

В результате изучения специальной дисциплины «Методы и задачи динамической теории упругости» студент должен

#### **знать:**

- волновые уравнения, описывающие распространение упругих продольных и поперечных волн в упругой изотропной однородной среде;
- метод плоских волн применительно к исследованию волновых процессов, описываемых дифференциальными уравнениями с частными производными гиперболического типа;
- метод сильных и слабых разрывов применительно к исследованию волновых процессов, описываемых дифференциальными уравнениями с частными производными гиперболического типа;

#### **уметь:**

- вывести дисперсионное уравнение, связывающее волновое число и частоту колебаний плоской волны, распространяющейся в неограниченном или ограниченном упругом теле;
- определить фазовую и групповую скорости распространения плоской волны;
- определить тип волны, распространяющейся в упругом теле.

#### **владеть:**

- волновыми уравнениями, описывающими распространение упругих продольных и поперечных волн в упругой изотропной однородной среде;
- методом плоских волн применительно к исследованию волновых процессов, описываемых дифференциальными уравнениями с частными производными гиперболического типа;
- подходом к расчету фазовой и групповой скорости распространения плоской волны;
- методом сильных и слабых разрывов применительно к исследованию волновых процессов, описываемых дифференциальными уравнениями с частными производными гиперболического типа;

Учебная дисциплина строится таким образом, чтобы обучающийся приобретал следующие компетенции специалиста:

- АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.
- АК-3. Владеть исследовательскими навыками.
- АК-4. Уметь работать самостоятельно.
- АК-5. Быть способным порождать новые идеи (обладать креативностью).
- АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.
- ПК-18. Владеть современными средствами телекоммуникаций.
- СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.
- СЛК-6. Уметь работать в команде.

На изучение специальной дисциплины «Методы и задачи динамической теории упругости» по специальности 1-31 03 02 «Механика и математическое моделирование», специализация 1-31 03 02 07 «Динамика и прочность машин» отводится в седьмом семестре 3-го курса всего: 70 часов, из них аудиторных – 36 часов, по видам занятий: лекций – 10, лабораторных – 26. Форма текущей аттестации – зачет.

## **СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА**

### **Тема 1. Система уравнений движения упругой изотропной среды. Волновые уравнения. Решение волнового уравнения. Плоская волна.**

Дифференциальные уравнения Ламе динамического равновесия упругой изотропной среды. Представление вектора перемещений в виде суммы градиента скаляра и ротора вектора. Волновые уравнения, описывающие продольные и поперечные волны. Скорости распространения продольных и поперечных волн в упругой изотропной среде.

Гиперболический характер волнового уравнения. Решение Даламбера. Решение волнового уравнения в виде суперпозиции гармонических функций.

### **Тема 2. Дисперсионное уравнение. Фазовая скорость. Коэффициент затухания.**

Дисперсионное уравнение, как уравнение, связывающее волновое число и циклическую частоту. Нахождение дисперсионного уравнения для дифференциального уравнения движения и системы дифференциальных уравнений. Действительная и мнимая части дисперсионного уравнения. Фазовая скорость и коэффициент затухания плоских волн.

### **Тема 3. Амплитудные коэффициенты.**

Компоненты амплитудного вектора. Решение системы однородных алгебраических уравнений относительно составляющих амплитудного вектора. Определение ориентации амплитудного вектора по отношению к нормали к волновой поверхности в двумерном случае. Применение условия нормировки для нахождения компонент амплитудного вектора.

### **Тема 4. Групповая скорость распространения волнового пакета**

Групповая скорость как скорость распространения волнового пакета. Функция Грина. Представление дисперсионного закона в виде степенного ряда. Первое приближение для зависимости волнового числа от частоты. Определение групповой скорости. Сравнительный анализ групповой и фазовой скорости.

### **Тема 5. Методы разрывных решений в теории упругости. Уравнение распространения поверхности сильного разрыва. Метод характеристик. Распространение слабых разрывов**

Определение сильных и слабых разрывов частных производных непрерывных функций. Скорость распространения поверхности сильного разрыва как поверхности, на которой претерпевает разрыв частная производная первого порядка непрерывной функции.

Кинематические условия совместности для поля упругих перемещений. Динамические условия совместности. Нахождение уравнения поверхности сильного разрыва. Определение выражений для скоростей распространения сильных разрывов в упругой изотропной среде.

Метод характеристик теории дифференциальных уравнений с частными производными. Решение задачи Коши. Начальные условия и замена переменных. Ха-

рактеристический определитель. Уравнение характеристик как уравнение сильных разрывов.

### **Тема 6. Вектор прерывности. Определение характера упругой волны. Бихарактеристики**

Пропорциональность компонент вектора прерывности скачку частных производных второго порядка от составляющих вектора перемещений при переходе через поверхность разрыва. Векторное уравнение относительно вектора прерывности. Определение характера разрыва.

Бихарактеристики как линии пространства. Решениями обыкновенных дифференциальных уравнений относительно пространственной и временной переменных. Нахождение координат точек, до которых дошла энергия волнового возмущения. Уравнение трехмерного волнового фронта продольных и поперечных волн, распространяющихся в упругой изотропной среде.

# УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА

Название раздела, темы	Количество аудиторных часов	Home page, темы							
		Home	Partnereckende Sammlung	Chemnapsckende Sammlung	La6oparopphre Sammlung	Kognitivnoe rabe VCP	Formulierte rabe VCP	Занятий	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	Динамические задачи теории упругости	10		26					
1	Система уравнений движения упругой изотропной среды. Волновые уравнения. Дифференциальные уравнения Ламе динамического равновесия упругой изотропной среды. Представление вектора перемещений в виде суммы градиента скаляра и ротора вектора. Волновые уравнения, описывающие продольные и поперечные волны. Скорости распространения продольных и поперечных волн в упругой изотропной среде.			1	-	2		Отчет по лабораторной работе	
2	Решение волнового уравнения. Плоская волна. Гиперболический характер волнового уравнения. Решение Даламбера. Решение волнового уравнения в виде суперпозиции гармонических функций.				-		2		Отчет по лабораторной работе
3	Дисперсионное уравнение. Фазовая скорость. Коэффициент затухания. Дисперсионное уравнение, как уравнение, связывающее волновое число и циклическую частоту. Нахождение дисперсионного уравнения для дифференциального уравнения движения и системы дифференциальных			2	-		4		Отчет по лабораторной работе

	уравнений. Действительная и мнимая части дисперсионного уравнения. Фазовая скорость и коэффициент затухания плоских волн.						
4	Амплитудные коэффициенты. Определение типа упругой волны. Компоненты амплитудного вектора. Решение системы однородных алгебраических уравнений относительно составляющих амплитудного вектора. Определение ориентации амплитудного вектора по отношению к нормали к волновой поверхности в двумерном случае. Применение условия нормировки для нахождения компонент амплитудного вектора.	1	-	2		Отчет по лабораторной работе	
5	Групповая скорость распространения волнового пакета. Групповая скорость как скорость распространения волнового пакета. Функция Грина. Представление дисперсионного закона в виде степенного ряда. Первое приближение для зависимости волнового числа от частоты. Определение групповой скорости. Сравнительный анализ групповой и фазовой скорости.	1	-	4		Отчет по лабораторной работе	
6	Методы разрывных решений в теории упругости. Скорость распространения поверхности сильного разрыва. Определение сильных и слабых разрывов частных производных непрерывных функций. Скорость распространения поверхности сильного разрыва как поверхности, на которой прегревается разрыв частная производная первого порядка непрерывной функции.	2	-	2		Отчет по лабораторной работе	
7	Уравнение распространения поверхности сильного разрыва. Кинематические условия совместности для поля упругих перемещений. Динамические условия совместности. Нахождение уравнения поверхности сильного разрыва. Определение выражений для скоростей распространения сильных разрывов в упругой изотропной среде.	1	-	2		Отчет по лабораторной работе	
8	Метод характеристик. Распространение слабых	1	-	2		Отчет по лабораторной работе	



## **ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

### **ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА**

1. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. С. Теория волн. -- Москва: Наука, 1990. -- 432 с.
2. Смирнов В. И. Курс высшей математики. Т. IV, ч. 2. — Москва: Наука, 1981. — 552 с.
3. Рекач В. Г. Руководство к решению задач по теории упругости. - М.: Высш. школа, 1977. - 216 с.

### **Дополнительная литература**

1. Д'Елесан Э., Руайе Д. Упругие волны в твердых телах. Применение для обработки сигналов. – Москва: Наука, 1982. – 424 с.
2. Курант Ф. Уравнения с частными производными. – Москва: Мир, 1964. – 600 с.
3. Новацкий В. Теория упругости. – Москва: Наука, 1975. – 806 с.
4. Петрашень Г. И. Распространение волн в анизотропных упругих средах. – Ленинград: Наука, 1980. – 284 с.

## **Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине**

Самостоятельная работа студентов — это любая деятельность, связанная с воспитанием мышления будущего профессионала. В широком смысле под самостоятельной работой следует понимать совокупность всей самостоятельной деятельности студентов как в учебной аудитории, так и вне ее, в контакте с преподавателем и в его отсутствии.

Самостоятельная работа реализуется:

1. Непосредственно в процессе аудиторных занятий - на лекциях, практических и семинарских занятиях, при выполнении лабораторных работ.

2. В контакте с преподавателем вне рамок расписания - на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.

3. В библиотеке, дома, в общежитии, на кафедре при выполнении самостоятельных работ;

При изучении дисциплины организация самостоятельной работы студентов должна представлять единство трех взаимосвязанных форм:

1. Внеаудиторная работа, которая осуществляется под непосредственным руководством преподавателя;

2. Аудиторная самостоятельная работа при выполнении студентом учебных и творческих задач.

3. Творческая, в том числе научно-исследовательская работа.

Виды внеаудиторной самостоятельной работы студентов разнообразны: подготовка и написание рефератов, докладов, очерков и других письменных работ на заданные темы.

Аудиторная самостоятельная работа может реализовываться при проведении практических занятий, семинаров, выполнении лабораторного практикума и во время чтения лекций.

## **ДИАГНОСТИКИ РЕЗУЛЬТАТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

Диагностика результатов учебной деятельности по дисциплине «Механика роботов и манипуляторов» проводится во время аудиторных занятий и во время защиты индивидуальных заданий. Для диагностики используются:

- экспресс-опрос на аудиторных занятиях;
- защита отчетов по индивидуальным заданиям;
- проверка контрольных работ и тестовых заданий.

Контрольные мероприятия проводятся в соответствии с учебно-методической картой дисциплины. Для студентов, получивших неудовлетворительные оценки за контрольные мероприятия, либо не явившихся по неуважительной причине, по согласованию с преподавателем и с разрешения заведующего кафедрой мероприятие может быть проведено повторно.

## **Методика формирования итоговой оценки**

Итоговая оценка формируется на основе 3-ех документов:

1. Правила проведения аттестации (Постановление №53 от 29.05.2012 г.).
2. Положение о рейтинговой системе БГУ (ред. 2015 г.).
3. Критерии оценки студентов (10 баллов).

**ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ  
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ  
С ДРУГИМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола) <sup>1</sup>
Методы и задачи динамической теории упругости	Кафедра теоретической и прикладной механики	нет	Изменений не требуется. Протокол №9 от 28.04.2017

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ  
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ  
на \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ учебный год

№ пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры теоретической и прикладной механики (протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 201\_ г.)

Заведующий кафедрой  
д. физ.-мат. наук, профессор

М.А. Журавков

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета  
канд. физ.-мат. наук, доцент

Д.Г. Медведев