



В.А. ЕРОВЕНКО, Н.В. МИХАЙЛОВА

ФИЛОСОФИЯ НАУКИ КАРЛА ПОППЕРА В КУЛЬТУРНОМ КОНТЕКСТЕ ЭВОЛЮЦИИ АБСТРАКТНОЙ МАТЕМАТИКИ*

Математика как социокультурный феномен отражает духовную сущность цивилизации, в которой взаимодействуют две сферы: творческой деятельности, открытий, содержательных приложений и теоретической рефлексии математики, в которой ведутся поиски логических отношений и аксиоматических представлений процессов абстрагирования. В философском осмыслении логических и методологических принципов науки выделяется концепция сэра Карла Раймунда Поппера, крупнейшего философа XX в. Математик не конструирует и не изобретает теоретические факты, а, образно говоря, обретает, поскольку возможны различные варианты доказательства одного и того же математического утверждения. Одним из проявлений процесса абстрагирования является «обобщательская» деятельность в математике, стимулирующая появление новых теорий, не выходящих за рамки уже сформированных исследовательских программ. К ярким примерам современных теорий можно отнести такие разделы абстрактной математики, как функциональный анализ, общая топология и алгебраическая геометрия. Предостерегая от «обобщательского» пафоса, доктор физико-математических наук Р.В. Плыкин отмечает, что «математическая дисциплина эволюционирует от зарождения к расцвету, когда выполняется большая часть исследовательской программы, и далее к нирване, когда полученные ранее результаты будут отлиты в максимально общие формы, и здесь очень важно не спутать высший триумф с поражением»¹. В современной математике важны не столько новые доказательства, необходимые для человеческого ума как «тропинки» к истине, сколько принципиально новые теоретические факты.

Математика заинтересовала К. Поппера как возможное приложение к его концепции «трех миров». Используя слова «мир» или «универсум» не в строгом смысле, он различает следующие три мира: «*первый мир*» – физических объектов или физических состояний; «*второй мир*» – состояний сознания или мыслительных процессов; «*третий мир*» – объективного содержания мышления, научных и поэтических идей, произведений искусства, т.е. этот мир, по существу, представляет собой продукт человеческого духа. Обитателями третьего мира, с точки зрения К. Поппера, являются прежде всего *теоретические системы*, другие важные его «жители» – *проблемы и проблемные ситуации*. Наиболее важными его обитателями являются *критические рассуждения* и то, что может быть названо *состоянием дискуссий* или *критических споров*.² Почему числа, множества, отображения, уравне-

* Работа поддержана Белорусским республиканским фондом фундаментальных исследований

ния и другие, а также теории, теоремы и доказательства естественно рассматриваются как объекты "третьего мира"? Доктор философских наук З.А. Сокулер считает, что такая трактовка позволяет учесть две важнейшие черты этих объектов. Во-первых, они не представляют собой объектов реального мира и для продвинутых математических теорий не могут рассматриваться как результаты абстракции реальных свойств. Во-вторых, математики не придумывают, а открывают свойства изучаемых объектов в результате исследований. У профессионалов-математиков нет поэтической свободы, поскольку они должны *открывать*, а не изобретать "научные истины". "В этой связи, замечает З.А. Сокулер, концепция Поппера оказывается очень удобной. Она решает сразу две проблемы. С одной стороны, позволяет математикам следовать своей естественной установке и говорить, что они изучают независимый от них универсум особых, недоступных наблюдению, математических объектов. С другой стороны, эта концепция избавляет от буквального признания существования идеальных объектов типа платоновского царства идей".³

Математику иногда характеризуют как науку, философия которой не ограничивается только осмыслением и рационализацией сложившихся мировоззрений, но также пытается создавать новые модели возможных миров мысленной деятельности человека. Координатор программы по исследованию творчества К. Поппера в Центрально-Европейском университете Будапешта М. Ноттурно утверждает, что К. Поппер не был первым в идее разграничения трех миров, т. е. в разграничении между *психологическим* как субъективным процессом мысли и *логическим*, т.е. объективным ее содержанием. Как большинство философов, он сделал это для обеспечения возможностей объективного знания. В то время как знание в смысле "я знаю" принадлежит "второму миру", миру субъектов, научное знание принадлежит "третьему миру", миру объективных теорий, проблем и знаний. Большинство философов понимали под "объективным знанием" вечное и совершенно независимое от человека верование. К. Поппер вводит понятие "третий мир" с целью обоснования объективного знания, "но под этим он не понимает объективное обоснование, поскольку ни одно суждение не может быть обосновано".⁴ Попперианский "третий мир" не вечен и как продукт человеческой деятельности не независим от людей. Однако он, в определенном смысле, автономен, поскольку обладает последствиями, не предвиденными его творцом. К. Поппер вводит понятие "третий мир", чтобы объяснить объективное мыслительное содержание таких вещей, как слова, числа, проблемы, утверждения, теории, суждения, решения.

Рассуждая о философии математики выдающегося голландского математика Л.Э.Я. Брауэра, основоположника интуиционистского направления, К. Поппер одним из его великих достижений считает понимание того, что *математика, весь "третий мир" созданы человеком*.⁵ Это радикально антиплатоновская идея, если под "платонизмом" понимать учение, согласно которому математические объекты могут существовать, не будучи созданными нами и, следовательно, без доказательства своего существования. "Третий мир" Платона, первооткрывателем которого он был, считался истинным и неизменяемым. Согласно его теории, этот мир Форм и Идей обеспечит всех окончательными объяснениями. Таким образом, существуют принципиальные различия между "третьими мирами" Поппера и Платона. К. Поппер указывает: "...Мой третий мир создан человеком и изменяется. Он содержит не только истинные, но также и ошибочные теории и особенно открытые проблемы, предложения и опровержения".⁶ Основной аргумент в пользу автономности "третьего мира" состоит в том, что теории, идеи и художественные направления порождают следствия, например логические возможности числового ряда, которые их создатели не в состоянии пред-

сказать. Математические объекты, согласно Попперу, являются продуктами творческой деятельности ученых и в тоже время существуют, подчиняясь собственным закономерностям, а поэтому могут быть проанализированы независимо от этой деятельности. Вот что по этому поводу пишет К. Поппер: «Натуральный ряд чисел, который мы конструируем, создает простые числа, которые мы *открываем*, а они в свою очередь создают проблемы, о которых мы и не мечтали. Вот именно так *становится возможным математическое открытие*.⁷ Эти рассуждения К. Поппера о независимости творческого продукта деятельности от ее самой позволяют понять убежденность математиков в том, что они исследуют независимую от их сознания реальность.

Более или менее четко различать реальность – объект и воспринимающее ее разумное существо – субъект, считает профессор А.А. Силин, стали, по-видимому, еще в эпоху полуполюгендарного Пифагора. «Интуитивно казалось неоспоримым, что окружающая природа задана людям как единый объект восприятия и познания, в то время как мнение каждого человека по этому поводу различно – «сколько голов, столько и умов»⁸. Находясь под влиянием пифагорийцев, свято веривших в гармонию чисел, Платон рассматривал повседневность лишь как попытку следовать божественной гармонии, укорененной в человеческой душе с помощью идей-эйдосов. Эйдосы, по Платону, образовывали собственный реальный бестелесный мир, являя собой абсолютный и вечный предел совершенства, приблизиться к которому человек не способен. Английский физик Р. Пенроуз считает, что реальность воспринимается нами как таинственное сочетание трех миров: физического мира вещей, мира прямого восприятия и мира идеальных форм-эйдосов Платона⁹. Одна из величайших загадок природы заключается в потрясающем соответствии абстрактных математических структур реальности, другая – в способности нашего мышления вывести математическое совершенство из несовершенной и хаотичной реальности, а третья – в непостижимой математичности физического мира. Анализируя методы описания реальности, немецкий математик Г. Вейль приходит к парадоксальному выводу, что непосредственно испытываемое, каким бы туманным оно ни представлялось, является хотя и субъективным, но в то же время и абсолютным, а объективный мир, который пытается понять и воссоздать наука, в свою очередь, относителен.

По мнению К. Поппера, «третий мир» имеет объективный статус, поскольку является результатом непреднамеренной деятельности человека. Большинство философов связывают объективность с обоснованием. Суть обоснования состоит в поиске значимых для всех аргументов. Если бы можно было найти объективные утверждения, т.е. очевидно истинные, то они могли бы стать основанием всего научного знания, начиная с математики. Но, как замечает профессор М. Наттурно, что-то фундаментально неладно в этой картине, поскольку «объективные» основания характеризуются через «субъективные психологические предикаты». Поэтому К. Поппер понимает под объективным «лишь то, что *теория может быть выражена в языке и в результате критиковаться и оцениваться другими людьми*, что и приводит нас к «третьему миру»¹⁰. Научное математическое знание – это теории и их логические соотношения. За исключением противоречий, логика, вообще говоря, не может продемонстрировать ложности высказывания. Из двух противоречащих суждений одно должно быть истинным, а другое ложным. Но как узнать, какое из них истинное, а какое ложное? Согласно теории К. Поппера, никакое суждение не может быть обосновано и потому определено как истинное. Отсюда следует, что рациональность не столько внутреннее свойство знаний, сколько проблема для исследователей, так как формальное суждение должно предполагать принятие критики.

Французский математик профессор Р. Том, входивший в один из последних составов группы Бурбаки, считает что одно из важнейших философских утверждений, на которые должна опираться современная математика, – это утверждение о существовании математических структур независимо от человеческого разума. В статье Р. Тома “Современная математика: педагогическая или философская ошибка?” это положение объясняется тем, что старые надежды бурбакистов – показать, как математические структуры естественно вытекают из иерархии множеств, их подмножеств и их комбинаций – это, безусловно, химера. Вот почему нельзя ни по каким разумным причинам отказаться от мысли, что важные математические структуры (алгебраическая, топологическая и др.) существуют во внешнем мире и что их огромное многообразие оправдано лишь реальностью. Если же математика – не более чем игра ума, то как объяснить ее неоспоримые успехи в описании действительности? Сама группа “Никола Бурбаки” уклоняется от ответа на этот вопрос, заявляя о своей некомпетентности. К. Поппер допускает, что может существовать некий вид платоновского “третьего мира” и что, «хотя этот “третий мир” есть человеческий продукт, существует много теорий самих по себе, рассуждений самих по себе и проблемных ситуаций самих по себе, которые никогда не были созданы или поняты и, возможно, никогда не будут созданы или поняты людьми»¹¹. В том смысле рассуждения К. Поппера о “третьем мире” согласуются с мнением Р. Тома. В то же время надо отметить, что есть принципиальные неясности относительно природы автономных логических законов “третьего мира” К. Поппера, управляющих математическими объектами. Кроме того, непонятно, почему при изучении математических объектов “третьего мира” получаются результаты, применимые в познании физического мира и практической деятельности.

Урок, который К. Поппер извлекает из опыта науки XX века, как замечает главный редактор журнала “Popper News Letter” Ф. Эйдлин, не сводится лишь к тому, что достоверность для нас недостижима, а заключается еще и в том, что в ней нет необходимости для роста научного знания. В математических науках заблуждения и погрешности исследования не дают глобальных поводов для беспокойства, поскольку ошибочные гипотезы и теории можно устранить или исключить без причинения кому-либо вреда. “Попперовская теория познания, кроме того, меняет представления о роли и значении критицизма. Последний уже больше не является осуждением ошибок ... Наоборот, критицизм становится орудием совершенствования теорий посредством элиминации ошибок”¹². Представление об ошибках, допущенных при совершении математической операции, неотделимо от представления о ее правильности. А что вообще понимать под правильным результатом? По остроумному замечанию профессора МГУ В.А. Успенского: “самый простой ответ: тот результат, который мы получили, и есть – по определению! – правильный результат (как говорят юристы: “истина – это то, что устанавливается в результате судебного разбирательства”)”¹³. Но если мы допускаем ошибки, то получаем порочный круг, поскольку понятие ошибки опирается на понятие правильности. В связи с этим возникает философский вопрос – *в каких терминах следует определять правильность результата?* Представим гипотетическую ситуацию, когда вычисление требует многолетней работы компьютеров. Насколько можно доверять полученному результату и как его можно проверить? Поскольку вычисления таких размеров повторить сложно, мы вынуждены объявлять правильным тот результат, который получен только потому, что он получился.

Профессор Ф. Эйдлин называет К. Поппера теоретиком радикального фаллибилизма. *Фаллибилизм* – это позиция философа, который считает, что *“нельзя ошибиться только в том, что все теории ошибочны”*. Философ, по существу, утверждает, что все теории ошибочны изначально. По-

этому смысл научного исследования состоит в предположениях и опровержениях, а критерием научной теории выступает ее фальсифицируемость и проверяемость. Критика теорий не означает стремление опровергнуть, а скорее попытку улучшить их. Первым шагом совершенствования теории является выявление противоречий, неясностей и ошибок. Мы все допускаем ошибки, говорил К. Поппер. Поучительный анализ причин математических ошибок сделал доктор физико-математических наук Е.Н. Кузьмин. Среди основных вариантов ошибок он указал на следующие: использование некорректного рассуждения для доказательства правильного утверждения; ошибочные аргументы в "доказательстве" неверного результата; искажение формулировки результата, полученного правильными рассуждениями, когда опускаются предпосылки, существенные для доказательства, или неверно записывается заключение утверждения; и, наконец, распространенная форма ошибок – наличие существенных пробелов в доказательстве, т.е. неполнота доказательства¹⁴. К. Поппер придавал фальсифицируемости теорий важное значение, хотя никогда не сомневался в том, что и ненаучные теории могут быть осмысленно-значимыми. Критерий фальсифицируемости К. Поппер развил в более широкий критерий "критикабельности". Гипотезы могут быть отвергнуты или модифицированы не только вследствие их фальсификации, т.е. процедуры, посредством которой устанавливается ложность гипотезы в результате ее эмпирической проверки, но и под давлением других способов критики. Неспособность к критической самооценке может вытекать из преувеличенного представления о собственной непогрешимости, а возможно, и из своего рода "самогипноза", когда мысль привычно скользит по правдоподобным рассуждениям, не подвергая их критической проверке.

Действительная тайна математического знания состоит не в мнимом богатстве аксиоматики, а в широких возможностях определения производных объектов на базе незначительного числа исходных понятий и отношений, т.е. в богатстве конструктивных возможностей. В этом смысле регион теоретической математики "третьего мира" довольно густо и пестро "населен". Например, в нем находятся объекты стандартного анализа, нестандартного анализа и конструктивного анализа со своими свойствами и проблемами. Развитие же содержательных научных теорий упирается в границы человеческих возможностей. Для тренировки и "нагружения" мозга необходимыми знаниями приходится затрачивать немалую часть интеллектуальной жизни. Но только значительные усилия порождают достойного уровня профессионализм. Проблема рождения теоретической математики, обладающей своими специфическими приемами обоснования истинности результатов, предстает как *проблема возникновения рационального мышления*, принципы которого пронизывают нашу жизнь и даже вплетены в ее эмоциональные проявления. Эволюция теоретико-математического знания является результатом субъективной деятельности и зависит от взаимоотношений ученых и научных школ.

Анализируя проблему появления математики как теоретического знания, доктор философских наук А.Г. Барабашев приходит к выводу, что *теоретическая математика* возникает как полностью самостоятельная сущность тогда, когда в ней систематически используются все типы доказательств (включая доказательство от противного), примененные к объектам специального вида, в которые включена математическая бесконечность. И первыми такими объектами были некоторые простейшие иррациональности. Одной из характерных особенностей исторического процесса является то, что в нем ни одно из событий не повторяется в деталях дважды. Поэтому возникновение абстрактной математики как события исторического процесса также не имеет точного "двойника". Однако, возможно, приблизительно

ный аналог этого феномена – формирование аксиоматических построений, охватывающих большинство разделов математики и способствующих стремительному развитию теоретических конструкций. Все объекты науки, начиная от натуральных чисел и кончая группами, топологическими векторными пространствами и категориями, абстрактны. Второй отличительной чертой математики, как считает доктор физико-математических наук И.Г. Башмакова, является то, что все ее предложения относятся к классам, содержащим бесконечное множество объектов. Единственный способ установления истинности математических утверждений – доказательство, которое выявляет связи, зависимости между предложениями. Значительную роль дедуктивной логике как средству критицизма отводит К. Поппер. “Дедуктивно значимые доказательства являются единственными доказательствами, которые сохраняют истину от посылок до заключений”¹⁵. Поскольку значимое дедуктивное доказательство, базирующееся на истинных посылках, не может приводить к ложным заключениям, то мы, критикуя теорию, пытаемся показать непоследовательность ее самой или следствий, принимаемых за истину.

Теоретическая математика реализует свою целостность через доказательство, раскрывая его суть таким образом, чтобы все части теорий были взаимосвязанными. Чтобы не потерять реальную математику в ее эволюции при разрастании теорий, необходимо придерживаться уровня единства логического и исторического. Сущность развития теоретической математики состоит во взаимодействии процессов дифференциации и интеграции знания. Поскольку в основе такого взаимодействия заложено противоречие, то и понимание доказательства соответственно эволюционирует. В соответствии с этим исследование внутренних проблем, встающих перед философией математики, происходит в настоящее время двумя способами: в русле *фундаментализма* и в *нефундаменталистском* направлении¹⁶. Эти два направления взаимно дополняют друг друга. Первое из них подчиняет исследование математики выяснению ее сущности, не зависящей от конкретных исторических состояний (в фундаменталистской традиции под математикой подразумевается прежде всего математическое знание). Второе направление претендует на постановку и решение проблем выявления концепций развития математики и поиска его схем. Наиболее развитой областью фундаменталистской философии математики, посвященной поиску единой сущности и непреходящих стандартов математического доказательства, являются концепции логицизма, формализма, интуитионализма и их критическая и «посткритическая» разработка. Пионерской работой нефундаменталистской ориентации стала серия статей ученика К. Поппера философа математики И. Лакатоса «Доказательства и опровержения». Нефундаменталистская философия математики создает новый образ науки как сложной системы, состоящей из знаний, производящего и воспроизводящего их субъекта, математических инструментов, а также целей и образцов деятельности по производству нового математического знания.

Нефундаменталистский подход, занимающий все большее место в работах по философии математики, направлен на рассмотрение объектов математики с точки зрения обнаружения общих закономерностей их развития в социокультурном контексте. В таких философских построениях отсутствует намерение установить единую “вневременную сущность математики”. Любопытное обстоятельство, “что математическое сообщество обладает абсолютной способностью отделять правильные доказательства от ошибочных и устанавливать окончательность доказательства в исторически ограниченный срок”, отмечает доктор философских наук В.Я. Перминов. Однако окончательное принятие математической гипотезы может оказаться в определенной мере иллюзорным, поскольку то, что ранее было социализировано, способно снова перейти в разряд проблематичного в силу измене-

ния общих представлений о допустимом и недопустимом в математике. В любой неформализованной классификации ощущаются условность, размытость и нестрогость деления. Это можно сказать и о философской концепции К. Поппера, так как вопрос об отношениях между его “тремя мирами” крайне запутан. Особенно сложны взаимоотношения “второго мира” как области человеческого познания и психических процессов, а также “третьего мира” – сферы истин и человеческих заблуждений. С точки зрения самого К. Поппера, «как в обыденном языке нет, к сожалению, отдельных терминов для понятия “мышление” в смысле второго мира и в смысле третьего мира, так в нем нет и отдельных терминов для обозначения двух соответствующих смыслов понятий “я знаю” и “знание”»¹⁷. Однако можно отметить, что современная математика в понимании нефундаменталистского направления пересекается со всеми “тремя мирами” К. Поппера.

Согласно учению К. Поппера, взаимодействие между тремя мирами осуществляется посредством человеческого разума. Ученый полагал, что состояния “второго мира”, ментального мира верований, установок и predispositions, любви и ненависти, удовольствий и боли функционируют как некоторые *системы контроля тела*, а продукты “третьего мира”, в особенности наши научные теории, – как некоторые *системы контроля разума*¹⁸. “Схватывание сознанием” объектов “третьего мира” происходит в социально-культурном процессе обучения, решения научных проблем, построения теорий, т.е. через человеческую деятельность. Поппер указал на весьма уязвимые положения эмпиризма, поскольку теорию невозможно логически вывести из результатов наблюдения. Ученый, не полагаясь только на обобщения из наблюдений, выдвигает предположения, которые подлежат дальнейшей эмпирической и теоретической проверке. Доктор философских наук Н.С. Юлина предполагает, что К. Поппер склоняется к гипотезе, согласно которой теории и идеи имеют свое идеальное существование еще до того, как они становятся достоянием индивидуального сознания, нацеленного на спровоцирование реализации идеальных следствий из культурного духовного материала и реализацию логических возможностей¹⁹. Осознавая этот “платоновский крен”, К. Поппер постулирует реальность *самости*, т.е. то, “что есть человек” или, если отвлечься от религиозного смысла, то, что раньше называлось “душой”. Гипотезы по поводу реального мира формируются внутри феноменального мира, в котором мы сосуществуем. “Стремление сделать гипотезу фальсифицируемой, – заключает Ф. Эйдлин, – означает стремление предоставить реальному миру возможность ставить перед нами проблемы, требующие новых гипотез, и тем самым дать нам самим возможность учиться на своем опыте и совершенствовать свои теории”²⁰. Методология К. Поппера стимулирует путь творческого воображения, столь необходимого в математических теориях.

Среди наиболее интересных исследовательских работ в области философии математики можно назвать статью профессора Калифорнийского университета Ф. Китчера “Математический натурализм”²². Его концепции свойственна двоякая направленность: фундаменталистская и нефундаменталистская, что еще раз подчеркивает условность подобного деления. Одно из основных положений философии математики, выдвинутых Ф. Китчером, состоит в следующем: “Философия математики, сориентированная на ее обоснование, несет в себе скрытые допущения априористской теории познания... Как только мы отказываемся от априористских допущений, исчезают всякие основания для предположения о том, что должна существовать некоторая первая математика, некая особая дисциплина, на базе которой может быть построено все остальное”²¹. Неправильным было бы думать о всей структуре математики только как о попытке систематизировать и прояснить операции, которые можно совершить с физическими объектами или

с их мысленными представителями, поскольку в существенном смысле математика имеет собственное содержание. Решение многих важных вопросов философии математики связано с проблемой ее прогресса. Так, Ф. Китчер ставит под сомнение либеральный взгляд на прогресс: "мы прогрессируем, пока мы увеличиваем сумму знания любым путем". Даже тот, кто истолковывает естественные науки как стремящиеся к истине, не допускает, что всякое накопление истин составляет прогресс. В попперовской традиции это ведет к проблемам конструирования *меры правдоподобности*²². Математический прогресс, согласно утверждению Ф. Китчера, состоит в конструировании систематических и идеализированных представлений об операциях, которые люди находят полезными для организации собственного опыта. Таким образом, повышение уровня абстрактности рассматривается им как закономерность и исторически сложившееся направление развития математики.

Внутренняя проблематика философии математики не могла не отметить столь важный и эффективно разрабатываемый поколениями исследователей способ рассуждений об эволюции абстрактной математики, как математическое доказательство. Одно из размышлений профессора В.А. Успенского называется "Что такое доказательство?"²³. Изучение трудных математических доказательств он сравнивает с альпинистским восхождением на вершину; уровень моря соответствует начальным математическим понятиям. Этап, предшествующий сбору в общем высокогорном лагере, равнозначен этапу получения серьезной математической подготовки, а роль промежуточных лагерей и остановок для математиков играют теории и теоремы. Характерная черта и для альпинистов и для математиков – условность в выборе точки отсчета восхождения. Собственно "восхождение" начинается с позиции, куда профессионалы могут добраться без труда, хотя для остальных это может составить немалые трудности. Поскольку такая неординарная деятельность – удел немногих, то на чем тогда у математиков основывается убеждение, что теоремы, доказательства которых они так никогда и не узнают, действительно располагают доказательствами. Такое убеждение базируется на доверии. В.А. Успенский обосновывает тезис о том, что *"доказательства постепенно переходят из разряда явлений индивидуального опыта в разряд явлений опыта коллективного"*.²³ А смысл коллективной убедительности в том, что для каждой составной части доказательства найдется специалист, член математического коллектива, для которого убедительна именно эта часть. Если в математике отбрасывают какое-нибудь доказательство, то чаще всего потому, что оно непонятно, а не потому, что оно ложно. Возможно, позже коллеги объяснят неявные допущения и заполнят пробелы, т.е. сделают доказательство полным. Деятельность такого коллективного разума может вполне комфортно ощущать себя в духовном пространстве "третьего мира" К. Поппера.

Выдающийся австрийский философ Л. Витгенштейн неоднократно обращается к исследованию понятия математического доказательства. Из требований, предъявляемых им к доказательствам, профессор В.А. Успенский выделяет два тесно взаимосвязанных: *"доказательство должно быть обзорно и воспроизводимо"*²⁴. При реализации этих достаточно очевидных требований, по мнению В.А. Успенского, возникают серьезные и вполне реальные проблемы: "проблема человеческого фактора" и "проблема компьютерного фактора". Математическое доказательство рассчитано на восприятие его человеком и поэтому является психологическим понятием. Убедительность доказательства зависит от багажа математических знаний: для "продвинутого математика" доказательство может быть достаточно коротким, а для новичка в соответствующем разделе математики короткое доказательство может оказаться непонятным. Хотя, строго говоря, "архитек-

турные излишества" в доказательствах можно отнести к погрешностям стиля, которые производят неприятное впечатление. Развернутое доказательство вполне может занять несколько сотен и даже тысяч страниц. Например, полное доказательство великой теоремы Ферма (окончательное решение ее получено математиком из Принстона Э. Уайлсом) содержит около тысячи страниц, которые в течение нескольких месяцев проверяла большая группа специалистов.

Каждую новую математическую теорию можно считать за благо, но бесцельные переходы ко все новым усложненным теориям не приветствуются даже математическим сообществом. Так, профессор Р. Том пишет: "Из гильбертовской аксиоматики еще не извлекли истинный урок, в ней заключающийся: абсолютной строгости можно достичь, лишь исключая содержание. Абсолютная строгость возможна только и благодаря отсутствию смысла. Но если надо выбирать между строгостью и смыслом, я, не колеблясь, выберу смысл"¹. Согласно сравнению К. Поппера, «теории – это сети, предназначенные улавливать то, что мы называем "миром", для осознания, объяснения и овладения им»²⁶. К. Поппер имеет в виду теории в эмпирических науках и "мир" для него – "улавливаемая" реальность, а для математика "мир" превращается в мир математических объектов.

Признанный классик философии К. Поппер отвергал идею окончательного объяснения. "Я считаю, – писал он, – что всякое объяснение может быть в дальнейшем объяснено за счет законов более высокой универсальности. Не может быть объяснения, не нуждающегося в дальнейшем объяснении, ибо невозможно самообъясняющее описание сущности"²⁷. Законы интеллектуальной деятельности скрыты от нас, и ее высшая форма – *творчество* – результат миллионов лет эволюции. Способность человека к творческому мышлению дана ему в потенции; успешно развиваться она может только в интеллектуальной среде, в общении с себе подобными. Путь творческих исканий К. Поппера пролегает от логицистского, ориентированного на математику и физику образа знания, к его эволюционистскому эквиваленту. Однако всю свою жизнь он верил в рациональную мощь человеческого разума и рациональную деятельность, с которой у К. Поппера связано непоколебимое убеждение, что "после музыки и искусства наука является величайшим, самым прекрасным и наиболее просвещающим достижением человеческого духа".

¹ Плыкин Р. В. Математика. Определенность развития // Методологические проблемы развития и применения математики. М., 1985. С. 4–10.

² Поппер К. Логика и рост научного знания: Избранные работы. М., 1983. С. 440.

³ Сокулер З. А. Проблема обоснования знания: Гносеологические концепции Л. Витгенштейна и К. Поппера. М., 1988. С. 99.

⁴ Ноттурно М. Обоснование, объективность, рациональность и "третий мир" // Философские науки. 1997, № 3–4. С. 62.

⁵ Поппер К. Указ. соч. С. 473.

⁶ Там же. С. 459.

⁷ Там же. С. 478.

⁸ Силин А. А. Драма постижения материи // Вестн. РАН. 1996. Т. 66. № 7. С. 617.

⁹ Силин А. А. Указ. соч. С. 624.

¹⁰ Ноттурно М. Указ. соч. С. 61.

¹¹ Поппер К. Указ. соч. С. 452.

¹² См.: Эйдлин Ф. Карл Поппер (1902–1994): Теоретик радикального фаллибилизма и политической демократии // Вестн. МГУ. Сер. 7. 1997. № 6. С. 31.

¹³ Успенский В. А. Витгенштейн и основания математики // Вопр. филос. 1998. № 5. С. 91.

¹⁴ См.: Кузьмин Е. Н. О причинах математических ошибок // Методологические проблемы математики. Новосибирск, 1979. С. 76–77.

¹⁵ Ноттурно М. Указ. соч. С. 60.

¹⁶ Барабашев А. Г. Будущее математики: методологические аспекты прогнозирования. М., 1991. С. 92.

¹⁷ Поппер К. Указ. соч. С. 444.

¹⁸ Ноттурно М. Указ. соч. С. 63.

¹⁹ Юлина Н. С. Философия Карла Поппера // Философия науки. М., 1995. Вып. 1. С. 19.

- ²⁰ Эйдлин Ф. Указ. соч. С. 32.
²¹ Китчер Ф. Математический натурализм // Методологический анализ оснований математики. М., 1988. С. 6.
²² См.: Поппер К. Указ. соч. С. 352–359.
²³ См.: Успенский В. А. Семь размышлений на темы философии математики // Закономерности развития современной математики. М., 1987. С. 137–151.
²⁴ Успенский В. А. Витгенштейн и основания математики // Вопр. филос. 1998. № 5. С. 93.
²⁵ Том Р. Современная математика – существует ли она? // Математика в школе. 1973. № 1. С. 92.
²⁶ Поппер К. Указ. соч. С. 82.
²⁷ Поппер К. Реализм и цель науки // Современная философия науки. М., 1996. С. 102.

В.В. АНОХИНА

ПРОБЛЕМА ЭКОЛОГИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЕВРОПЕЙСКОЙ КУЛЬТУРЫ И ЭТАЛОННЫЙ ТИП ЛИЧНОСТИ

Возможность достижения гармоничных отношений между обществом и природой во многом зависит от свойственного культуре образа человека, от доминирующего понимания его природы, положения в природно-космическом и социальном измерениях универсума, а также сформированного на данной основе эталонного типа личности. Последний представляет собой одну из важнейших составных культуры. Он оказывает решающее влияние на складывающиеся в обществе институты социализации, а следовательно, и на взаимодействие с окружающей средой, поскольку задает признанные направления поведения и деятельности посредством мотивационных воздействий на психологическую структуру личности. Вместе с тем он является одной из ключевых нормативных подсистем общества, входит в структуру таких институтов, как семья, воспитание и образование, и некоторых других. Содержание эталонного типа личности составляют социально значимые и положительно оцениваемые представления о качествах индивида, формах его поведения и деятельности, которые общество желает культивировать в подрастающем поколении.

Представления об эталонных характеристиках личности формируются под воздействием присущего культуре образа человека, что обуславливает органичную связь типа личности с культурной традицией общества. Вместе с тем данная нормативная подсистема находится под влиянием конкретных параметров окружающей среды и строится как специфический способ адаптации к ним. Один из основоположников культурной экологии американский антрополог А. Кардинер особенно настаивал на том положении, что сам этот «фиксированный способ мышления и поведения, разделяемый группой индивидов (общностью)», тоже является своеобразным институтом, который формировался под определенным воздействием окружающей среды, и может рассматриваться как элемент адаптации к экологическим условиям существования общества.¹ Отмеченные зависимости делают эталонный тип личности одним из важнейших институтов, определяющих характер динамики отношений на переломных этапах развития цивилизации.

Необходимость учета влияния экологического окружения на психологические качества личности первым обосновал А. Кардинер, став основателем культурной экологии. В его концепции личность рассматривалась как центральный субъект, в сознании которого сходятся векторы взаимодействия основных социальных институтов. По мнению А. Кардинера, первичные институты (тип экономики, способ субстанциальной активности, институт социализации и система жизнеобеспечения) во многом представляют собой результат адаптации общества к конкретным условиям проживания. Вторичные же институты (религия, мифология, фольклор, ритуал, техника