

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**  
**БЕЛАРУСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

**Кафедра теории функций**

**МЕШКОВА КСЕНИЯ ИВАНОВНА**

**Аннотация к дипломной работе**

**СИНГУЛЯРНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ И АППРОКСИМАТИВНЫЕ ЕДИНИЦЫ**

**Научный руководитель:**

**Кротов Вениамин Григорьевич**  
Заведующий кафедрой  
теории функций

**Минск, 2018**

**Мешкова К.И. Сингулярные интегралы и аппроксимативные единицы (дипломная работа). - Минск: БГУ, 2018. – 47 с.**

Дипломная работа содержит: 47 страниц, 6 использованных источников.

**МАКСИМАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ, СУММИРУЕМЫЕ ФУНКЦИИ,  
АППРОКСИМАТИВНЫЕ ЕДИНИЦЫ, НЕРАВЕНСТВО СЛАБОГО ТИПА,  
СИНГУЛЯРНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ, РАЗЛОЖЕНИЕ КАЛЬДЕРОНА-  
ЗИГМУНДА, СИНГУЛЯРНЫЕ АППРОКСИМАТИВНЫЕ ЕДИНИЦЫ.**

Целью дипломной работы является знакомство с аппроксимативными единицами и сингулярными интегралами, развитие научно-исследовательских приемов деятельности.

Максимальная функция Харди-Литтлвуда является важным инструментом анализа. Максимальный оператор ограничен в  $L^p$  для  $p>1$  и удовлетворяет неравенству слабого типа для  $p=1$ . Также максимальная функция Харди-Литтлвуда играет ключевую роль в выводе оценок для аппроксимативных единиц, в частности, при выполнении определенных условий, можно показать, что поведение аппроксимативных единиц контролируется максимальной функцией Харди-Литтлвуда. А ограниченность максимального оператора в  $L^p$  для  $p>1$  играет важную роль при доказательстве сходимости аппроксимативных единиц почти всюду к суммируемой функции.

Аппроксимативные единицы находят применение во многих сферах анализа, в частности, при доказательстве основной леммы вариационного исчисления. Решение уравнения Лапласа в верхней полуплоскости может быть выражено в терминах свертки относительно ядра Пуассона, а решение уравнения теплопроводности в верхней полуплоскости может быть выражено, в свою очередь, в терминах свертки относительно незначительно измененного ядра Гаусса-Вейерштрасса. Рассмотрение сингулярных интегралов позволяет обобщить полученные ранее результаты касательно максимальной функции Харди-Литтлвуда и аппроксимативных единиц.

Актуальность работы обусловлена широким применением аппроксимативных единиц и сингулярных интегралов в различных сферах анализа.

**Мяшкова К.І. Сінгулярныя інтегралы і апраксімацыйныя адзінкі (дыпломная праца). - Мінск: БДУ, 2018. - 47 с.**

Дыпломная праца змяшчае: 47 старонак, 6 выкарыстанных крыніц.

**МАКСІМАЛЬНАЯ ФУНКЦЫЯ, СУМІРУЕМЫЯ ФУНЦЫІ, АПРАКСІМАЦЫЙНЫЯ АДЗІНКІ, НЯРОЎНАСЦЬ СЛАБАГА ТЫПА, СІНГУЛЯРНЫЕ ІНТЭГРАЛЫ, РАСКЛАДАННЕ КАЛЬДЭРОНА-ЗІГМУНДА, СІНГУЛЯРНЫЯ АППРАКСІМАЦЫЙНЫЯ АДЗІНКІ.**

Мэтай дыпломнай працы з'яўляецца знаёмства з апраксімацыйнымі адзінкамі і сінгулярнымі інтэграгамі, развіццё навукова-даследчых прыёмаў дзейнасці.

Максімальная Функцыя Хардзі-Літтлвуда з'яўляецца важным інструментам аналізу. Максімальны аператар з'яўляецца абмежаваным ў  $L^p$  для  $p > 1$  і задавальняе няроўнасці слабога тыпу для  $p = 1$ . Таксама максімальная Функцыя Хардзі-Літтлвуда адыгрывае значную ролю ў выгадзе адзнак для апраксімацыйных адзінак, у прыватнасці, пры выкананні пэўных умоў, можна паказаць, што паводзіны апраксімацыйных адзінак кантралююцца максімальнай функцыяй Хардзі-Літтлвуда. А абмежаванасць максімальнага аператара ў  $L^p$  для  $p > 1$  гуляе важную ролю пры доказе збежнасці аппроксимативных адзінак амаль усюды да суммируемой функцыі.

Апраксімацыйныя адзінкі заходзяць прымяненне ў многіх сферах аналізу, у прыватнасці, пры доказе аснаўной лемы варыяцыйнага вылічэння. Рашэнне раўнання Лапласа ў верхній паўплоскасці можа быць выказана ў тэрмінах скруткі адносна ядра Пуасона, а рашэнне раўнання цеплаправоднасці ў верхній паўплоскасці можа быць выказана, у сваю чаргу, у тэрмінах скруткі адносна нязначна змененага ядра Гаўса-Веерштраса. Разгляд сінгулярнасці інтэграгалаў дазваляе абагульніць атрыманыя раней вынікі датычна максімальнай функцыі Хардзі-Літтлвуда і апраксімацыйных адзінак.

Актуальнаясць работы абумоўлена шырокім ужываннем апраксімацыйных адзінак і сінгулярных інтэграгалаў ў розных сферах аналізу.

**Meshkova K.I. Singular integrals and approximations of the identity (diplom paper). - Minsk: BSU, 2018. -47 p.**

The thesis contains: 47 pages, 6 sources used.

MAXIMUM FUNCTION, SUMMABLE FUNCTIONS,  
APPROXIMATIONS OF THE IDENTITY, WEAK-TYPE INEQUALITY,  
SINGULAR INTEGRALS, CALDERON-ZIGMUND DECOMPOSITION,  
SINGULAR APPROXIMATIONS OF THE IDENTITY.

The aim of the thesis is to get acquainted with approximations of the identity and singular integrals, develop research methods of activity.

The maximum Hardy-Littlewood function is an important analysis tool. The maximal operator is bounded in  $L^p$  for  $p > 1$  and satisfies the weak type inequality for  $p = 1$ . Also, the Hardy-Littlewood maximum function plays a key role in the derivation of estimates for approximations of the identity, in particular, under certain conditions, it can be shown that the behavior of approximations of the identity is controlled by the Hardy-Littlewood maximum function. And the boundedness of the maximal operator in  $L^p$  for  $p > 1$  plays an important role in the proof of the convergence of approximations of the identity almost everywhere to the summable function.

Approximations of the identity find application in many areas of analysis, in particular, in the proof of the main lemma of the calculus of variations. The solution of the Laplace equation in the upper half-plane can be expressed in terms of convolution relative to the Poisson kernel, and the solution of the heat equation in the upper half-plane can be expressed, in turn, in terms of convolution of the relatively insignificantly changed Gauss-Weierstrass kernel. Consideration of singular integrals allows us to generalize the results obtained earlier concerning the maximum Hardy-Littlewood function and approximate units.

The urgency of the work is due to the wide application of approximate units and singular integrals in various areas of analysis.