

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

О.И. Чуприс

«26» мая 2018 г.

Регистрационный № УД-573/1 уч.



ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

Учебная программа учреждения высшего образования по учебной
дисциплине для специальности первой ступени высшего образования:

1-31 03 04 «Информатика»

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта высшего образования ОСВО 1-31 03 04-2013, типовой учебной программы G-516/тип. от 20.05.2015 и учебного плана УВО G31-169/уч. от 30.05.2013, G31и-192/уч. от 30.05.2013.

СОСТАВИТЕЛИ:

Ю.Л. Орлович, доцент кафедры дискретной математики и алгоритмики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой дискретной математики и алгоритмики Белорусского государственного университета (протокол № 8 от 18 января 2018 г.);

Научно-методическим Советом Белорусского государственного университета (протокол № 4 от 15 февраля 2018 г.).



Заведующий кафедрой ДМА,
профессор *Р* Козоб В.И.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа по учебной дисциплине «Дискретная математика и математическая логика» составлена с учетом требований следующих нормативных и методических документов:

1. Образовательный стандарт Республики Беларусь «Высшее образование. Первая ступень. Специальность 1-31 03 04 Информатика», утвержден постановлением Министерства образования Республики Беларусь от 30.08.2013 № 87.
2. Учебный план по специальности 1-31 03 04 Информатика, утвержденный ректором 30.05.2013 (регистрационный № G31-169/уч.).
3. Учебный план для иностранных студентов по специальности 1-31 03 04 Информатика, утвержденный ректором 30.05.2013 (регистрационный № G31и-192/уч.).
4. Типовая учебная программа, утверждена первым заместителем Министра образования Республики Беларусь 20.05.2018 (регистрационный номер № ТД-G516/тип).
5. Порядок разработки и утверждения учебных программ и программ практики для реализации содержания образовательных программ высшего образования, утвержденный Министром образования Республики Беларусь от 06.04.2015.

Настоящая учебная программа, разработанная на основе типовой учебной программы, определяет цели и задачи изучения дисциплины «Дискретная математика и математическая логика» учащимися специальности «Информатика», ее содержание и структуру, требования к результатам учебной деятельности и форму аттестации.

Учебная дисциплина «Дискретная математика и математическая логика» относится к государственному компоненту цикла специальных дисциплин и состоит из двух частей. Первая часть посвящена математической логике – разделу математики, в котором изучаются правильные способы рассуждений, позволяющие из верных посылок получать верные заключения. Математическая логика знакомит учащихся со стандартной математической нотацией, основными методами построения математических доказательств, некоторым эталоном математической строгости – с тем, что в совокупности составляет основу общей математической культуры, формирование которой у начинающих студентов является одной из важнейших задач университетского математического образования. Кроме этого демонстрируется применение аппарата математической логики для решения широкого класса логических и игровых задач, а также задач синтеза релейно-контактных схем. Вторая часть, посвященная дискретной математике, призвана дать студенту представление о базовых дискретных объектах и основных методах работы с подобными объектами, ввести в круг идей и понятий, связанных с дискретностью, а также подготовить его к их восприятию на более высоком уровне при изучении других учебных дисциплин («Теория вероятностей и математическая статистика», «Алгоритмы и структуры данных» и «Исследование операций»). Основой для изучения учебной дисциплины «Дискретная математика и математическая логика» служат учебные дисциплины «Геометрия и алгебра» и «Математический анализ».

Цель преподавания дисциплины состоит в преодолении разрыва между качеством и объемом знаний, получаемых в школе, и требованиями, которые предъявляются к первоначальным знаниям начинающих студентов для полного и успешного освоения ими учебных дисциплин государственного компонента и дисциплин специализации; формировании у студентов общей математической культуры и, в частности, дискретного математического мышления, навыков использования языка математической логики и теории множеств; ознакомлении с основными моделями, задачами и методами математической логики и дискретной математики.

При изложении содержания учебной дисциплины важно продемонстрировать примеры, иллюстрирующие ключевые конструкции математической логики и дискретной математики, а также обратить внимание на эффективность применения аппарата математической логики и теории множеств при формализации и решении прикладных задач.

Основные задачи, решаемые при изучении учебной дисциплины «Дискретная математика и математическая логика»:

- ознакомление студентов с такими фундаментальными понятиями как высказывание, предикат, множество, полнота, замкнутость, алгоритм и др.;
- обучение правильной записи математических утверждений с помощью логических и теоретико-множественных конструкций;
- применение методов математической логики и теории множеств для решения задач перечислительной комбинаторики и теории графов;
- обучение методам сравнения и классификации массовых проблем и алгоритмов по их сложности.

В соответствии с типовой учебной программой и образовательным стандартом в результате освоения учебной дисциплины студент должен

знать:

- базовые понятия теории множеств;
- основные логические операции и равносильности;
- классические комбинаторные объекты;
- элементарные булевы функции;
- основные понятия и факты теории графов;
- элементы формальных грамматик и языков;
- классические модели вычислений (машины Тьюринга);
- начальные сведения о классах сложности P и NP ;

уметь:

- переводить предложения на формальный язык логики высказываний;
- применять логику предикатов для описания математических понятий;
- решать базовые комбинаторные задачи;
- строить специальные представления булевых функций;
- исследовать на полноту системы булевых функций;
- исследовать на изоморфизм простейшие графы, определять связность, двудольность и планарность графов;
- анализировать и строить конкретные грамматики;
- программировать на языке машин Тьюринга;

владеть:

- методами комбинаторного анализа и теории графов;

- методами исследования булевых функций;
- методами построения формальных грамматик и анализа языков;
- навыками программирования на языке машин Тьюринга.

В соответствии с образовательным стандартом освоение учебной дисциплины «Дискретная математика и математическая логика» должно обеспечить формирование следующих академических (АК) и профессиональных (ПК) компетенций:

- АК-1 Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.
- АК-4 Уметь работать самостоятельно.
- АК-9 Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.
- ПК-14 Работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой

Структура содержания учебной дисциплины включает такие дидактические единицы, как темы и разделы, в соответствии с которыми разрабатываются и реализуются соответствующие лекционные и лабораторные занятия. Примерная тематика лабораторных занятий приведена в учебно-методической карте.

Всего на изучение учебной дисциплины «Дискретная математика и математическая логика» отведено 262 часа, в том числе 136 аудиторных часов. Примерное распределение аудиторных часов по видам занятий: лекции – 68 часов, лабораторные занятия – 60 часов, управляемая самостоятельная работа – 8 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6.5 зачетных единиц.

Форма текущей аттестации – зачет (второй и третий семестры), экзамен (третий семестр).

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел I. Высказывания и предикаты

1.1 Логика высказываний

Высказывания. Логические операции над высказываниями. Формулы логики высказываний. равносильные формулы, тавтологии, противоречия. Основные равносильности. Теоремы о равносильных формулах. Логическое следование. Теорема о логическом следствии. Важнейшие правила следования. Применения языка логики высказываний (прямая и обратная теоремы, необходимые и достаточные условия, упрощение систем высказываний, анализ рассуждений, релейно-контактные схемы).

1.2. Логика предикатов

Понятие предиката. Классификация предикатов. Множество истинности предиката. Логические операции над предикатами. Кванторные операции над предикатами. Формулы логики предикатов. Интерпретации и классификация формул логики предикатов. Общезначимые формулы (тавтологии) логики предикатов. Проблемы разрешения для общезначимости и выполнимости формул логики предикатов (основные понятия). Равносильные формулы логики предикатов. Приведенная и нормальная формы для формул логики предикатов. Применение логики предикатов для описания математических понятий.

Раздел II. Комбинаторный анализ

2.1. Множества и отображения. Бинарные отношения

Множества и способы их заданий. Подмножества и их свойства. Операции над множествами. Декартово произведение множеств. Основные теоретико-множественные тождества. Покрытия и разбиения множеств. Понятие о мощности множества. Понятие отображения. Основные классы отображений. Композиция отображений. Обратное отображение. Принцип Дирихле. Бинарные отношения и их свойства. Операции над бинарными отношениями. Типы бинарных отношений. Отображение как функциональное отношение. Отношения эквивалентности и порядка.

2.2. Классические комбинаторные объекты

Основные правила комбинаторики (правила суммы, произведения и вычитания, биективное правило). Выборки. Типы выборок. Размещения без повторений и с повторениями. Перестановки. Сочетания без повторений и с повторениями. Биномиальная теорема. Бином Ньютона. Биномиальные тождества. Полиномиальный коэффициент. Мультимножества. Перестановки мультимножеств. Полиномиальная теорема.

2.3. Методы перечисления

Формула включений и исключений. Применения формулы включений и исключений. Рекуррентные соотношения. Линейные однородные рекуррентные соотношения второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные однородные рекуррентные соотношения k -го порядка с постоянными коэффициентами. Производящие функции и операции над ними. Основные последовательности и связанные с ними производящие функции. Производящие функции и комбинаторные подсчеты. Решение рекуррентных соотношений методом производящих функций.

Раздел III. Булевы функции

3.1. Начальные понятия

Булевы функции. Табличное задание булевых функций. Число булевых функций от n переменных. Элементарные булевы функции. Существенные и фиктивные переменные булевых функций. Разложение Шеннона булевых функций. Двойственность. Принцип двойственности.

3.2. Представления булевых функций

Представление булевых функций посредством формул. Равносильные формулы. Основные равносильности. Дизъюнктивные нормальные формы (ДНФ и СДНФ). Алгоритмы построения СДНФ. Единственность СДНФ. Конъюнктивные нормальные формы (КНФ и СКНФ). Алгоритмы построения СКНФ. Единственность СКНФ. Полиномиальные нормальные формы. Полином Жегалкина (существование и единственность, методы построения).

3.3. Замкнутость и полнота систем булевых функций

Замыкание. Замкнутые классы булевых функций. Понятие полной системы. Примеры полных систем. Основные замкнутые классы и их свойства (классы T_0 , T_1 , L , S , M). Теорема Поста (критерий функциональной полноты). Понятие базиса. Теорема о максимальном числе функций в базисе. Предполные классы булевых функций. Теорема о предполных классах.

3.4. Минимизация булевых функций

Минимизация булевых функций в классе ДНФ. Типы ДНФ, связанных с задачей минимизации булевых функций (сокращенная, тупиковая и минимальная ДНФ). Геометрическая модель минимизации булевых функций в классе ДНФ.

Раздел IV. Графы

4.1. Начальные понятия

Определение графа. Некоторые специальные графы. Абстрактные и помеченные графы. Число помеченных графов. Изоморфизм графов. Способы задания графов. Подграфы. Операции над графами. Степенная последовательность графа. Маршруты, связность, метрические инварианты, поиск в ширину. Связь между числами вершин, ребер и компонент связности графа.

4.2. Двудольные графы и деревья

Двудольные графы. Критерий Кёнига двудольности графа. Деревья. Эквивалентные определения дерева. Код Прюфера дерева. Теорема Кэли о числе помеченных деревьев.

4.3. Плоские и планарные графы

Плоские и планарные графы. Грани плоского графа. Формула Эйлера. Свойства планарных графов. Критерии планарности.

4.4. Обходы графов

Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости графа. Алгоритмы построения эйлерова цикла в эйлеровом графе. Гамильтоновы циклы и цепи. Необходимые условия гамильтоновости графов. Достаточные условия гамильтоновости графов.

4.5. Раскраски

Вершинная раскраска и хроматическое число графа. Алгоритм последовательной раскраски вершин графа. Оценки хроматического числа. Хроматический полином графа.

Раздел V. Формальные грамматики и языки

5.1. Иерархия грамматик

Алфавиты, цепочки, языки. Основные операции над цепочками и языками. Понятие порождающей грамматики. Иерархия грамматик и их свойства. Примеры порождения языков с помощью грамматик.

5.2. Иерархия языков

Леммы о разрастании для A-языков и КС-языков. Иерархия языков. Понятие о грамматическом разборе. Теорема о распознавании НС-языков.

5.3. Приложения грамматик

КС-грамматики и синтез языков программирования. Детерминированные и недетерминированные конечные автоматы и A-языки.

Раздел VI. Алгоритмические модели

6.1. Машины Тьюринга и вычислимые по Тьюрингу функции

Интуитивное понятие алгоритма и необходимость его уточнения. Детерминированные и недетерминированные машины Тьюринга. Синтез машин Тьюринга (композиция, разветвление и итерация машин). Функции, вычислимые по Тьюрингу. Тезис Тьюринга (основная гипотеза теории алгоритмов).

6.2. Алгоритмически неразрешимые массовые проблемы

Существование функций, невычислимых по Тьюрингу. Пример невычислимой по Тьюрингу функции. Понятие массовой проблемы. Алгоритмически неразрешимые массовые проблемы (проблема распознавания самоприменимости и проблема соответствий Поста).

6.3. Теория сложности: классы P и NP

Понятие о сложности алгоритма и о сложности вычислений. Алгоритмическая сводимость массовых проблем. Проблемы распознавания. Понятие о классах P и NP. Проблема $P = ?NP$. Полиномиальная сводимость массовых проблем распознавания. Понятие NP-полной проблемы. Проблема выполнимости и другие важнейшие NP-полные проблемы.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

№ п/п	Название раздела, темы	Распределение аудиторных часов по видам деятельности		Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Лабораторные занятия		
I	Высказывания и предикаты	14	14	2	
1.1	Логика высказываний	6	6	2	
	Высказывания и операции над ними. Формулы логики высказываний. Равносильные формулы, тавтологии, противоречия. Теорема о подстановке формулы вместо переменной. Теорема о замене подформулы на равносильную ей.	2			Устный опрос
	<i>Лабораторная работа. Высказывания и операции над ними. Формулы логики высказываний и их таблицы истинности.</i>		2		Решение задач
	Логическое следование. Теорема о логическом следствии. Важнейшие правила следования.	2		2	Устный опрос
	<i>Лабораторная работа. Логическое следование.</i>		2		Решение задач
	Приложения логики высказываний к анализу рассуждений, синтезу релейно-контактных схем и решению логических задач.	2			Устный опрос
	<i>Лабораторная работа. Приложения логики высказываний к анализу рассуждений, логическим задачам и задачам синтеза релейно-контактных схем</i>		2		Решение задач
1.2	Логика предикатов	8	8		
	Предикаты и операции над ними. Основные типы предикатов.	2			Устный опрос
	<i>Лабораторная работа. Предикаты и операции над ними. Классификация предикатов.</i>		2		Решение задач
	Формулы логики предикатов и их интерпретация.	2			Устный опрос
	<i>Лабораторная работа. Формулы логики предикатов и их интерпретация.</i>		2		Решение задач
	Основные типы формул логики предикатов. Проблемы разрешения для общезначимости и выполнимости формул логики предикатов.	2			Устный опрос

	<i>Лабораторная работа. Классификация формул логики предикатов.</i>		2		Решение задач
	Приведенная и нормальная формы для формул логики предикатов. Применение логики предикатов для описания математических понятий.	2			Коллоквиум
	<i>Приведенная и нормальная формы для формул логики предикатов. Приложения логики предикатов.</i>		2		Контрольная работа № 1
II	Комбинаторный анализ	12	10	2	
2.1	Множества и отображения. Бинарные отношения	4	4		
	Множества. Способы задания множеств и операции над ними. Основные теоретико-множественные тождества. Равномощные множества. Мощность множества. Счетные и несчетные множества.	2			Устный опрос
	<i>Лабораторная работа. Множество. Операции над множествами. Теоретико-множественные тождества.</i>		2		Решение задач
	Бинарные отношения и отображения. Основные типы отображений. Принцип Дирихле.	2			Устный опрос
	<i>Бинарные отношения и отображения. Основные типы отображений. Отношение эквивалентности.</i>		2		Контрольная работа № 2
2.2	Классические комбинаторные объекты	4	4		
	Основные правила комбинаторики. Размещения без повторений и с повторениями. Сочетания без повторений и с повторениями. Бином Ньютона.	2			Устный опрос
	<i>Лабораторная работа. Размещения и сочетания. Бином Ньютона.</i>		2		Решение задач
	Биномиальные тождества. Полиномиальная теорема.	2			
	<i>Лабораторная работа. Биномиальные тождества. Полиномиальная теорема.</i>		2		Решение задач
2.3	Методы перечисления	4	2	2	
	Формула включений и исключений. Рекуррентные соотношения. Линейные однородные рекуррентные соотношения второго порядка с постоянными коэффи-	2		2	Устный опрос

	циентами.				
	Производящие функции и операции над ними. Решение рекуррентных соотношений методом производящих функций.	2			Коллоквиум.
	<i>Формула включений и исключений. Рекуррентные соотношения. Методы решения рекуррентных соотношений.</i>		2		Контрольная работа № 3
III	Булевы функции	8	6		
3.1	Начальные понятия	2	2		
	Булевы функции и способы их задания. Разложение Шеннона булевых функций по переменной.	2			Устный опрос
	<i>Лабораторная работа. Булевы функции. Существенные и фиктивные переменные.</i>		2		Решение задач
3.2	Представление булевых функций	2	2		
	Дизъюнктивные нормальные формы (ДНФ и СДНФ). Конъюнктивные нормальные формы (КНФ и СКНФ). Полином Жегалкина.	2			Устный опрос
	<i>Лабораторная работа. ДНФ, СДНФ, КНФ, СКНФ булевых функций, полином Жегалкина.</i>		2		Решение задач
3.3	Замкнутость и полнота систем булевых функций	2	2		
	Замыкание. Замкнутые классы булевых функций. Понятие полной системы. Основные замкнутые классы и их свойства. Критерий полноты.	2			Коллоквиум
	<i>Замыкание и замкнутые классы булевых функций. Полные системы булевых функций.</i>		2		Контрольная работа № 4
3.4	Минимизация булевых функций	2			
	Минимизация булевых функций в классе ДНФ.	2			Устный опрос
IV	Графы	16	14	2	
4.1	Начальные понятия	4	4		
	Графы и операции над ними. Помеченные графы и изоморфные графы. Степенные последовательности.	2			Устный опрос
	<i>Лабораторная работа. Графы и операции над ними. Степенные последовательности графов. Изоморфизм графов.</i>		2		Решение задач

	Маршруты, цепи, циклы и связность графа. Компоненты связности графа.	2			Устный опрос
	<i>Лабораторная работа. Маршруты, цепи и циклы графа. Связность графа.</i>		2		Решение задач
4.2	Двудольные графы и деревья	2	2		
	Двудольные графы и деревья. Критерий двудольности. Свойства деревьев. Число помеченных деревьев заданного порядка.	2			Устный опрос
	<i>Лабораторная работа. Двудольные графы и деревья.</i>		2		Решение задач
4.3	Плоские и планарные графы	2	2		
	Плоские и планарные графы. Формула Эйлера. Критерии планарности.	2			Устный опрос
	<i>Лабораторная работа. Планарность графа.</i>		2		Решение задач
4.4	Обходы графов	6	4		
	Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости. Алгоритм Флери.	2			Устный опрос
	Гамильтоновы графы. Необходимые условия гамильтоновости. Достаточные условия гамильтоновости.	4			Устный опрос
	<i>Лабораторная работа. Эйлеровы и гамильтоновы графы.</i>		4		Решение задач
4.5	Раскраски	2	2	2	
	Раскраска вершин графа и хроматическое число графа.	2			Устный опрос
	<i>Вершинная раскраска и хроматическое число графа.</i>		2	2	Контрольная работа № 5
V	Формальные грамматики и языки	10	8	2	
5.1	Иерархия грамматик	6	4		
	Алфавиты, цепочки, языки. Операции над цепочками и языками. Порождающая грамматика.	2			Устный опрос
	<i>Лабораторная работа. Алфавиты, цепочки, языки. Порождающая грамматика.</i>		2		Решение задач
	Иерархия грамматик Хомского. Свойства грамматик. Примеры порождения языков с использованием грамматик.	4			Устный опрос
	<i>Лабораторная работа. Иерархия грамматик Хомского.</i>		2		Решение задач
5.2	Иерархия языков	2	2		
	Иерархия языков. Понятие о грамматическом разборе. Леммы о разрастании для A-языков и КС-языков. Иерархия языков.	2			Устный опрос
	<i>Лабораторная работа. Леммы о</i>		2		Решение задач

	<i>разрастании для А-языков и КС-языков.</i>				
5.3	Приложения грамматик	2	2		
	КС-грамматики и синтез языков программирования. Детерминированные и недетерминированные конечные автоматы	2			Коллоквиум
	<i>Лабораторная работа. Детерминированные и недетерминированные автоматы.</i>		2		Решение задач
VI	Алгоритмические модели	10	10	2	
6.1	Машины Тьюринга и вычислимые по Тьюрингу функции	2	2		
	Интуитивное понятие алгоритма. Детерминированные и недетерминированные машины Тьюринга. Функции, вычислимые по Тьюрингу.	2			Устный опрос
	<i>Лабораторная работа. Детерминированные и недетерминированные машины Тьюринга.</i>		2		Решение задач
6.2	Алгоритмически неразрешимые массовые проблемы	2	2		
	Пример не вычислимой по Тьюрингу функции. Массовая проблема. Алгоритмически неразрешимые массовые проблемы	2			Устный опрос
	<i>Лабораторная работа. Вычислимые и не вычислимые по Тьюрингу функции.</i>		2		Решение задач
6.3	Теория сложности: классы P и NP	4	4	2	
	Алгоритмическая сводимость массовых проблем. Проблемы распознавания. Понятие о классах P и NP .	2			Устный опрос
	Проблема $P=?NP$. Полиномиальная сводимость массовых проблем распознавания. NP -полная проблема.	2		2	Устный опрос
	<i>NP-полные проблемы</i>		4		Контрольная работа № 6
ИТОГО		68	60	8	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Рекомендуемая литература

Основная

- [1] Алексеев, В.Б. Лекции по дискретной математике: учебное пособие / В.Б. Алексеев. – М.: Инфра-М, 2013. – 90 с.
- [2] Верещагин, Н.К. Лекции по математической логике и теории алгоритмов (в трех частях) / Н.К. Верещагин, А.Х. Шень. – М.: МЦНМО, 2012.
- [3] Гаврилов, Г.П. Задачи и упражнения по дискретной математике / Г.П. Гаврилов, А.А. Сапоженко – М.: Физматлит, 2005. – 416 с.
- [4] Глухов, М.М. Математическая логика. Дискретные функции. Теория алгоритмов / М.М. Глухов, А.Б. Шишков. – Спб.: Лань, 2012. – 416 с.
- [5] Журавлев, Ю.И. Дискретный анализ: учебное пособие в двух частях / Ю.И. Журавлев, Ю.А. Флеров, М.Н. Вялый. – М.: Юрайт, 2018.
- [6] Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов / М.М. Глухов, О.А. Козлитин, В.А. Шапошников, А.Б. Шишков – Спб.: Лань, 2008. – 112 с.
- [7] Зуев, Ю.А. По океану дискретной математики: учебное пособие в двух частях / Ю.А. Зуев. – М.: Ленанд, 2017.
- [8] Комбинаторный анализ. Задачи и упражнения: Учебное пособие / Под редакцией К.А. Рыбникова. – М.: Наука, 1982. – 368 с.
- [9] Кононов, С.Г. Введение в математику: учебное пособие в трех частях для студентов механико-математического факультета специальности G 31 03 01 «Математика» / С.Г. Кононов, Р.И. Тышкевич, В.И. Янчевский. – Мн.: БГУ, 2003.
- [10] Крупский, В.Н. Введение в сложность вычислений / В.Н. Крупский. – М.: Факториал Пресс, 2006. – 128 с.
- [11] Лавров, И.А. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. – М.: Физматлит, 2004. – 256 с.
- [12] Ландо, С.К. Введение в дискретную математику / С.К. Ландо. – М.: МЦНМО, 2012. – 265 с.
- [13] Лекции по теории графов: учебное пособие / В.А. Емеличев, О.И. Мельников, Р.И. Тышкевич, В.И. Сарванов. – М.: Либроком, 2015. – 390 с.
- [14] Леонтьев, В.К. Избранные задачи комбинаторного анализа / В.К. Леонтьев. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 184 с.
- [15] Марченков, С.С. Основы теории булевых функций / С.С. Марченков. – М.: Физматлит, 2014. – 136 с.
- [16] Рыбников, К.А. Введение в комбинаторный анализ / К.А. Рыбников. – М.: Ленанд, 2018. – 312 с.
- [17] Теория графов в задачах и упражнениях / В.А. Емеличев, О.И. Мельников, Р.И. Тышкевич, В.И. Сарванов. – М.: Либроком, 2016. – 416 с.
- [18] Элементы дискретной математики в задачах / А.А. Глибичук и др. – М.: МЦНМО, 2016. – 176 с.
- [19] Яблонский, С.В. Введение в дискретную математику / С.В. Яблонский. – М.: Высшая школа, 2008 – 384 с.

Дополнительная

- [20] Matousek, J. An Invitation to Discrete Mathematics / J. Matousek, J. Nešetřil. – Oxford University Press, 2008. – 464 p.

- [21] Rosen, K.H. Discrete Mathematics and Its Applications / K.H. Rosen. – McGraw-Hill Education, 2011. – 1072 p.
- [22] Sipser, M. Introduction to the Theory of Computation / M. Sipser. – Cengage Learning, 2012. – 480 p.
- [23] Алексеев, В.Е. Графы и алгоритмы. Структуры данных. Модели вычислений / В.Е. Алексеев, В.А. Таланов. – М.: Бином, 2012. – 320 с.
- [24] Алексеев, В.Е. Сборник задач по дискретной математике. Задачник / В.Е. Алексеев, Л.Г. Киселева, Т.Г. Смирнова. – Нижний Новгород: ННГУ, 2012
- [25] Андерсон, Дж. Дискретная математика и комбинаторика / Дж. Андерсон. – М.: Вильямс, 2016. – 960 с.
- [26] Асанов, М.О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. Учебное пособие / М.О. Асанов, В.А. Баранский, В.В. Расин. – Спб.: Лань, 2010. – 368 с.
- [27] Бородин, О.В. Теория графов: курс лекций, часть 1 / О.В. Бородин. – Новосибирск: НГУ, 2008. – 27 с.
- [28] Виленкин, Н.Я. Комбинаторика / Н.Я. Виленкин. – М.: Наука, 1969. – 328 с.
- [29] Гиндикин, С.Г. Алгебра логики в задачах / С.Г. Гиндикин. – М.: Наука, 1970. – 288 с.
- [30] Гинзбург, С. Математическая теория контекстно-свободных языков / С. Гинзбург. – М.: Мир, 1970. – 326 с.
- [31] Гладкий, А.В. Введение в современную логику. Учебное пособие / А.В. Гладкий. – М.: Либроком, 2016. – 238 с.
- [32] Гладкий, А.В. Формальные грамматики и языки / А.В. Гладкий. – М.: Наука, 1973. – 368 с.
- [33] Глибичук, А.А. Основы комбинаторики и теории чисел. Сборник задач / А.А. Глибичук и др. – Долгопрудный.: Интеллект, 2015. – 104 с.
- [34] Грэхем, Р. Конкретная математика. Математические основы информатики / Р. Грэхем, Д. Кнут, О. Паташник. – М.: Вильямс, 2016. – 784 с.
- [35] Гэри, М. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи / М. Гэри, Д. Джонсон. – М.: Мир, 1982. – 416 с.
- [36] Дистель, Р. Теория графов / Р. Дистель. – Новосибирск: Издательство Института математики СО РАН, 2002. – 336 с.
- [37] Ершов, Ю.Л. Математическая логика / Ю.Л. Ершов, Е.А. Палютин. – М.: Физматлит, 2011. – 356 с.
- [38] Зыков, А.А. Основы теории графов / А.А. Зыков. – М.: Наука, 1987. – 384 с.
- [39] Игошин, В.И. Математическая логика и теория алгоритмов. Сборник задач. Учебное пособие / В.И. Игошин. – М.: Инфра-М, 2017. – 392 с.
- [40] Игошин, В.И. Математическая логика. Учебное пособие / В.И. Игошин. – М.: Инфра-М, 2016. – 400 с.
- [41] Колмогоров, А.Н. Математическая логика. Введение в математическую логику / А.Н. Колмогоров, А.Г. Драгалин. – М.: Ленанд, 2017. – 240 с.
- [42] Кудрявцев, В.Б. Теория автоматов. Учебник / В.Б. Кудрявцев, С.В. Алешин, А.С. Подколзин. – М.: Юрайт, 2017. – 320 с.
- [43] Кузнецов, О.П. Дискретная математика для инженера / О.П. Кузнецов, Г.М. Адельсон-Вельский. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 480 с.
- [44] Марченков, С.С. Булевы функции / С.С. Марченков. – М.: Физматлит, 2000. – 68 с.
- [45] Марченков, С.С. Замкнутые классы булевых функций / С.С. Марченков. –

- М.: Физматлит, 2000. – 118 с.
- [46] Марченков, С.С. Конечные автоматы / С.С. Марченков. – М.: Физматлит, 2008. – 56 с.
- [47] Мендельсон, Э. Введение в математическую логику / Э. Мендельсон. – М.: Наука, 1971. – 320 с.
- [48] Метельский, Ю.М. Электронный учебно-методический комплекс по учебной дисциплине «Дискретная математика и теория графов» / Ю.М. Метельский. – Мн.: БГУ, 2015. – 48 с.
- [49] Райгородский, А.М. Комбинаторика и теория вероятностей / А.М. Райгородский. – Долгопрудный: Интеллект, 2013. – 104 с.
- [50] Райгородский, А.М. Экстремальные задачи теории графов и интернет / А.М. Райгородский. – Долгопрудный: Интеллект, 2012. – 104 с.
- [51] Райзер, Г. Дж. Комбинаторная математика / Г. Дж. Райзер. – М.: Мир, 1966. – 154 с.
- [52] Риордан, Дж. Введение в комбинаторный анализ / Дж. Риордан. – М.: Издательство иностранной литературы, 1963. – 288 с.
- [53] Сборник задач по дискретному анализу / Ю.И. Журавлев и др. – М.: МФТИ, 2004. – 100 с.
- [54] Стенли, Р. Перечислительная комбинаторика. Деревья, производящие функции и симметрические функции / Р. Стенли. – М.: Мир, 2005. – 768 с.
- [55] Супрун, В.П. Основы математической логики / В.П. Супрун. – М.: Ленанд, 2017. – 200 с.
- [56] Супрун, В.П. Основы теории булевых функций. Учебное пособие / В.П. Супрун. – М.: Ленанд, 2017. – 208 с.
- [57] Харари, Ф. Перечисление графов / Ф. Харари, Э. Палмер. – М.: Мир, 1977. – 324 с.
- [58] Харари, Ф. Теория графов / Ф. Харари. – М.: Ленанд, 2018. – 304 с.
- [59] Холл, М. Комбинаторика / М. Холл. – М.: Мир, 1970. – 424 с.
- [60] Хопкрофт, Дж. Э. Введение в теорию автоматов, языков и вычислений / Дж. Э. Хопкрофт, Р. Мотвани, Дж. Ульман. – М.: Вильямс, 2008. – 528 с.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Условия для самостоятельной работы студентов, в частности, для развития навыков самоконтроля, способствующих интенсификации учебного процесса, обеспечиваются наличием и доступностью электронных (и бумажных) вариантов учебно-методических пособий и сборников задач по основным разделам дисциплины.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы:

1. Логика и философия: схемы и способы проведения правильных умозаключений.
2. Исторические аспекты логики: от античности до нашего времени.
3. Решение логических и игровых задач с использованием аппарата логики высказываний.
4. Приложение логики высказываний к анализу рассуждений и поиску ошибок в умозаключениях.
5. Элементы математической логики в электронных таблицах и базах данных.
6. Математическая логика и системы искусственного интеллекта.
7. Аксиоматический метод в математике и аксиоматические теории.
8. Метод резолюций в исчислении высказываний и исчислении предикатов.
9. Системы автоматического доказательства теорем.
10. Интуиционистская логика.
11. Приложение математической логики к синтезу машин, моделирующих специальные операции человеческого мышления.
12. Теоремы Гёделя и их значения для программы Гильберта.
13. Производящие функции от нескольких переменных.
14. Цепи Дика и метод отражений в комбинаторике.
15. Числа Каталана. Производящая функция для последовательности чисел Каталана.
16. Перечисление классов эквивалентности. Теория Пойа.
17. Разбиения натуральных чисел и диаграммы Юнга.
18. Алгебраические методы в комбинаторике: матричный метод.
19. Алгебраические методы в комбинаторике: метод собственных векторов и собственных значений.
20. Алгебраические методы в комбинаторике: метод, основанный на теореме «о нулях полинома» Н. Алона.
21. Число максимальных по включению независимых множеств в графе заданного порядка. Теорема Муна-Мозера.
22. Перечисление максимальных независимых множеств графа.
23. Методы перечисления графов.
24. Системы общих представителей в комбинаторике и их приложения.
25. Паросочетания в графе. Задача нахождения наибольшего паросочетания. Теорема Бержа.

26. Независимые множества в графе. Оценки на число вершин в наибольшем независимом множестве графа.
27. Независимые множества в графе. Задача нахождения наибольшего независимого множества в дереве.
28. Независимые множества в графе. Задача нахождения наибольшего независимого множества в планарном графе. Теорема Липтона-Таржана.
29. Алгоритмы распознавания планарных графов.
30. Число совершенных паросочетаний в планарном графе. Пфаффиан кососимметричной матрицы.
31. Правильная реберная раскраска графа. Теорема Визинга.
32. Универсальные машины Шенфилда.
33. Алгоритмически неразрешимые проблемы: десятая проблема Гильберта.
34. Алгоритмически неразрешимые проблемы: проблема единичной матрицы.
35. Алгоритмически неразрешимые проблемы: теорема Райса.
36. Теорема Кука-Левина.
37. Методы установления сложности решения графовых проблем.
38. NP-полные в сильном смысле проблемы распознавания.
39. Сложностные классы проблем распознавания.

Структура учебного процесса включает проведение коллоквиумов и контрольных работ.

***Примерный перечень тем
для коллоквиумов:***

1. Логика высказываний и логика предикатов. Комбинаторный анализ.
2. Булевы функции. Графы. Формальные грамматики и языки.

Примерные варианты контрольных работ:

Контрольная работа «Логика высказываний»

1. Какие из следующих предложений являются высказываниями? Укажите истинностные значения тех, которые являются высказываниями.

а) Гомель – город Беларуси;	з) $2 + 3 = 6$;
б) Посторонним вход воспрещен!	д) Минск – самый красивый город в мире;
в) Который час?	е) $4 + x = 10$.
2. Запишите отрицания следующих высказываний, не используя языковую конструкцию «не верно, что ... »:

а) У Василя есть мобильный телефон;	в) Лето в Минске солнечное и жаркое;
б) Река Припять впадает в Днепр;	з) Если $2 + 2 = 5$, то Минск – столица Беларуси.
3. Из двух высказываний $A = \text{«Река Припять впадает в реку Днепр»}$ и $B = \text{«Город Пинск находится на территории Полесья»}$ сформируйте и запишите составные высказывания $A \vee B$, $A \cdot B$, $A \rightarrow B$, $A \square B$, укажите их истинностные значения.

4. Запишите таблицу истинности для следующей формулы логики высказываний: $\overline{(A \rightarrow B)} \vee (A \square \bar{B} \cdot C)$.
5. Выясните является ли формула логики высказываний $\overline{(A \rightarrow B \cdot C)} \vee (\bar{B} \square C)$ выполнимой, тавтологией или противоречием? Ответ обоснуйте.
6. Выясните, верна ли следующая равносильность логики высказываний:

$$A \cdot (B \square C) \equiv (A \cdot B) \square (A \cdot C)?$$

Ответ обоснуйте.

7. Используя равносильные преобразования, упростите формулу логики высказываний $((A \rightarrow B) \vee (A \vee \bar{B})) \square A \cdot B$.
8. Докажите, что справедливо следующее логическое следование, используя определение этого понятия:

$$(A \rightarrow C) \cdot B \Vdash (A \vee \bar{B}) \rightarrow C.$$

Верно ли следование в обратную сторону? Ответ обоснуйте.

9. Используя закон контрапозиции докажите следующее утверждение относительно двух натуральных чисел m и n : если m, n – нечетные числа, то их произведение – нечетное число.

Контрольная работа «Логика предикатов»

1. На языке логики предикатов запишите определение предела последовательности: число $a = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ называется пределом последовательности (a_n) , если для любого $\varepsilon > 0$ существует натуральное число n_ε , зависящее от ε , такое, что для любого натурального числа $n > n_\varepsilon$ имеет место неравенство $|a_n - a| < \varepsilon$.
2. Пусть $P(x)$ – предикат, определенный на множестве $M = \{-3, 0, 1, 2, 3, 9\}$. Выразите следующие высказывания, не употребляя кванторов и используя из операций только конъюнкцию, дизъюнкцию и отрицание:
- $\exists x P(x)$;
 - $\forall x P(x)$;
 - $\forall x ((x \neq 1) \rightarrow P(x))$;
 - $\exists x ((x \geq 0) \cdot P(x))$.
3. Укажите области действия кванторов, перечислите предикатные переменные, связанные и свободные предметные переменные формулы логики предикатов

$$\forall x (P(x) \rightarrow \exists y (Q(y, z) \vee R)).$$

4. Снимите отрицание над кванторами $\exists x (\overline{\forall y P(x, y)} \rightarrow \exists z Q(z))$.
5. Методом математической индукции докажите, что для любого натурального числа n сумма $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$ является точным квадратом.
6. Придайте формуле логики предикатов

$$\forall x \forall y (P(x) \cdot P(y) \cdot R(x, y) \rightarrow (x = y))$$

интерпретацию $P(x) = \langle x - \text{составное число} \rangle$, $R(x, y) = \langle x \text{ делится на } y \rangle$, x и y – натуральные числа; определите истинностное значение получившегося в результате высказывания.

7. Докажите, что следующая формула логики предикатов

$$\left(\forall x (P(x) \rightarrow \overline{Q(x)}) \right) \rightarrow \overline{((\forall x P(x)) \cdot (\exists x Q(x)))}$$

является тавтологией.

8. Докажите равносильность логики предикатов

$$\overline{\exists x \forall y P(x, y)} \equiv \forall x \exists y \overline{P(x, y)}.$$

9. Используя равносильные преобразования, приведите формулу логики предикатов

$$\left(\forall x (P(x) \rightarrow Q(x)) \right) \rightarrow \left((\exists x P(x)) \rightarrow (\exists y Q(y)) \right)$$

к нормальной форме.

Контрольная работа «Приложения математической логики»

1. Решить следующую логическую задачу с помощью сведения к системе логических уравнений. По обвинению в ограблении перед судом предстали A , B , C и D . Установлено следующее:

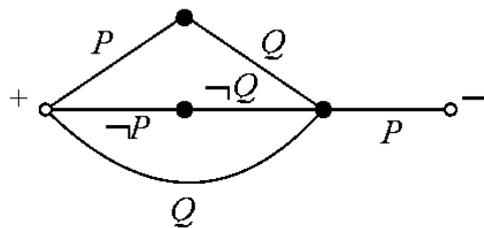
- а) если A не виновен или B виновен, то C виновен;
- б) если A не виновен, то C виновен;
- в) не верно, что если C не виновен, то D виновен.

Кто виновен?

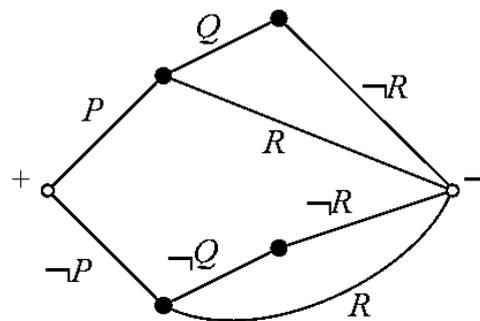
2. Реализовать следующие формулы логики высказываний в виде релейно-контактных схем:

- а) $(A \cdot B) \vee \overline{C}$;
- б) $(\overline{A} \cdot \overline{B}) \vee (C \cdot D)$;
- в) $(A \cdot B) \vee (B \cdot C) \vee (A \cdot C)$;
- г) $(A \vee B \vee C) \cdot (\overline{A} \vee \overline{B} \vee \overline{C})$.

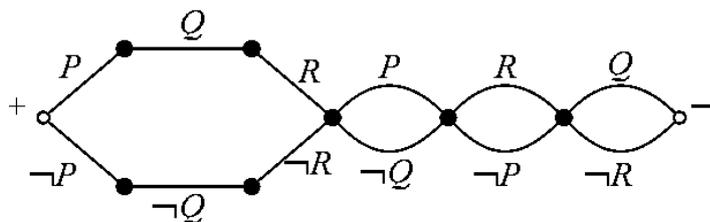
3. Упростите следующие релейно-контактные схемы:



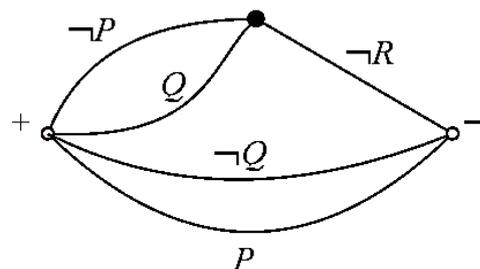
a)



б)



в)



г)

4. Докажите, что из истинных посылок

а) все студенты ФПМИ изучают дисциплину «Дискретная математика и математическая логика»;

б) Василий – студент ФПМИ;

следует истинность заключения – Василий изучает дисциплину «Дискретная математика и математическая логика».

5. Командир осажденной крепости послал следующие три сообщения:

а) если нам удастся получить продовольствие, то нам не будет угрожать смерть от голода;

б) если нам не удастся получить продовольствие, то нам или будет угрожать смерть от голода, или мы попытаемся прорвать кольцо окружения;

в) если нам будет угрожать смерть от голода, то мы попытаемся прорвать кольцо окружения.

Покажите, как можно упростить эти сообщения, не меняя их смысла.

*Контрольная работа «Множества. Отображения. Отношения.
Рекуррентные соотношения»*

1. Докажите следующее теоретико-множественное тождество

$$(A \setminus B) \times C = (A \times C) \setminus (B \times C).$$

2. Выясните какие из следующих функций $\square \rightarrow \square$ являются инъективными (сюръективными, биективными):

а) $x \rightarrow 1 + x$;

б) $x \rightarrow 1 + x^2$;

в) $x \rightarrow 1 + x^3$;

г) $x \rightarrow 1 + x^2 + x^3$?

Ответ обоснуйте. Изменится ли ответ, если эти функции рассмотреть как функции $\square \rightarrow \square$?

3. Докажите, что если R и S — антисимметричные бинарные отношения, определенные на одной и той же паре множеств, то $R \cap S$ — антисимметричное отношение. Сохраняется ли свойство антисимметричности при объединении отношений? Ответ обоснуйте.
4. В течение семестра 28 студентов написали три контрольные работы, каждая из которых была оценена в 7, 8 или 9 баллов. Верно ли, что найдутся два студента, которые получили одинаковые оценки на всех контрольных работах? Ответ обоснуйте.
5. Найдите y_n , если $y_{n+2} = 2y_{n+1} + y_n$ и $y_0 = 0, y_1 = 1$.
6. Найдите замкнутую форму производящей функции для последовательности $a_n = n\alpha^n$.

Контрольная работа «Комбинаторный анализ»

1. В магазине продается апельсиновый, виноградный, персиковый и яблочный сок. Необходимо купить семь пакетов сока. Сколькими способами это можно сделать?
2. Сколько n -значных натуральных чисел содержат ровно одну цифру 0?
3. Сколько слов можно составить из пяти букв А и не более чем трех букв Б?
4. Сколькими способами можно собрать бригаду из трех маляров и четырех штукатуров, если имеется шесть маляров и восемь штукатуров?
5. Докажите, что

$$C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \dots + C_{2n}^{2n-1} = 2^{2n-1}.$$

Контрольная работа «Булевы функции»

1. Запишите таблицу истинности булевой функции

$$f(x_1, x_2, x_3) = ((x_1 \oplus \bar{x}_2) \downarrow x_1) | (x_1 \cdot x_2 \rightarrow \bar{x}_3).$$
2. Постройте СДНФ, СКНФ и полином Жегалкина для следующих булевых функций:
 - a) $f(x_1, x_2, x_3) = 01100011$;
 - б) $f(x_1, x_2, x_3) = \overline{(x_1 \vee x_3)} \cdot x_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_2$.
3. Определите является ли функция $f(x_1, x_2, x_3) = (01100011)$ линейной, монотонной, самодвойственной? Ответ обоснуйте.
4. Упростите булеву формулу

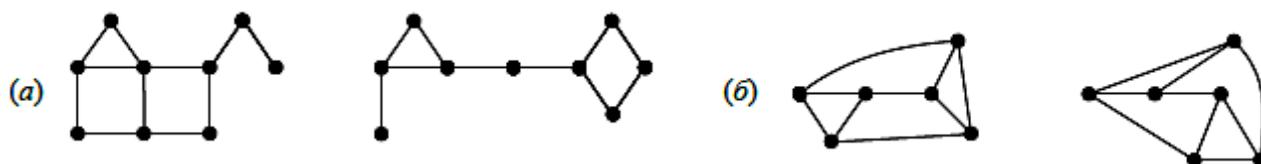
$$\overline{\left(\overline{(x_1 \vee \bar{x}_2) \wedge (x_1 \vee x_2) \vee x_1} \right) \vee \overline{\left((x_1 \vee \bar{x}_2) \wedge (\bar{x}_1 \vee x_2) \vee x_1 \right)}}.$$
5. Докажите равносильность

$$f(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n) = x_n \cdot f(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, 1) \oplus \bar{x}_n \cdot f(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, 0).$$
6. Можно ли из булевых функций $x_1 x_2 x_3, x_1 \vee x_2 \vee x_3$ операциями суперпозиции функций и замены переменной получить булеву функцию $f(x_1, x_2, x_3) = (00110001)$? Ответ обоснуйте.
7. Является ли система булевых функций $\{0, 1, x_1 x_2 \vee x_1 x_3 \vee x_2 x_3, x_1 \oplus x_2 \oplus x_3\}$ полной? Ответ обоснуйте.

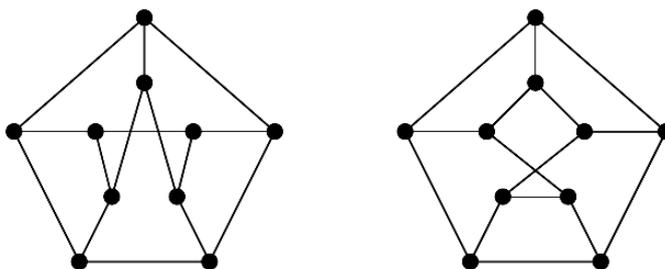
8. Найдите кратчайшую и минимальную дизъюнктивные нормальные формы булевой функции $f(x_1, x_2, x_3) = (01100011)$.

Контрольная работа «Графы»

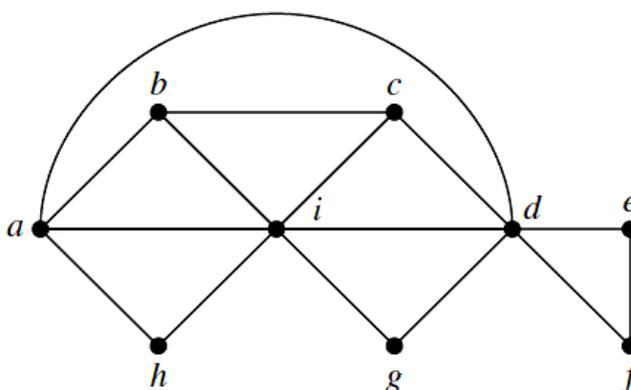
- Верно ли следующее утверждение: если в графе имеется ровно две вершины нечетной степени, то существует цепь, соединяющая их? Ответ обоснуйте.
- Верно ли, что любой $(9, 29)$ -граф является связным? Ответ обоснуйте.
- Верно ли, что дерево является двудольным графом? Ответ обоснуйте.
- Является ли последовательность $d = (5, 4, 3, 3, 2, 2, 2, 1)$ графической? В случае положительного ответа изобразите граф, последовательность степеней вершин которого совпадает с d .
- Среди изображенных ниже пар графов, найдите пару изоморфных и пару неизоморфных графов. Ответ обоснуйте.

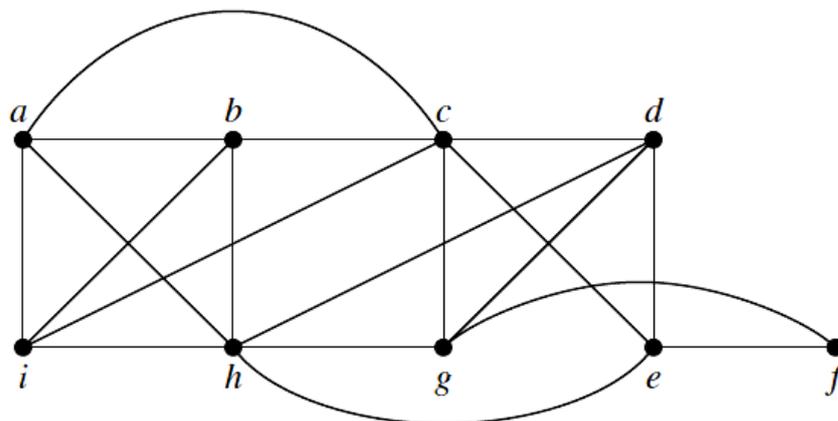


6. Определите являются ли графы, изображенные ниже, двудольными?

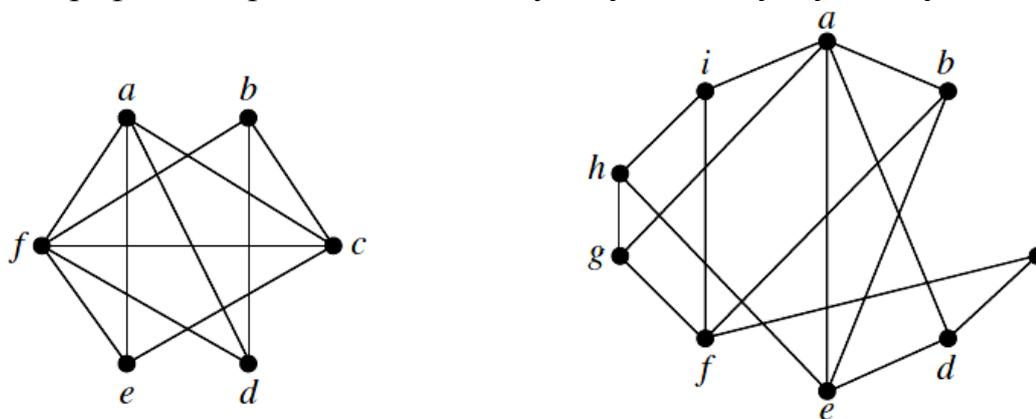


7. Определите являются ли графы, изображенные ниже, эйлеровыми. Для эйлеровых графов найдите эйлеров цикл.



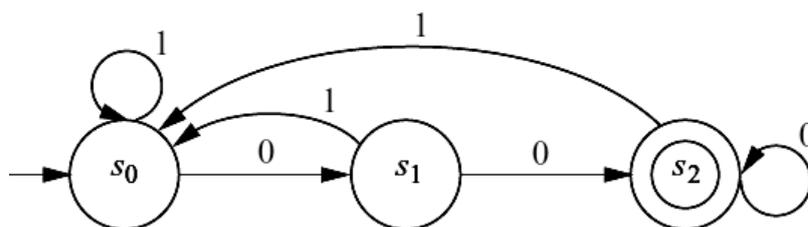


8. Сколько существует различных гамильтоновых циклов в полном графе K_n порядка n ? Ответ обоснуйте.
9. Определите являются ли графы, изображенные ниже, планарными? Для планарных графов изобразите соответствующую плоскую укладку.



*Контрольная работа «Формальные языки и грамматики.
Алгоритмические модели»*

1. Определите какой язык распознает ДКА, изображенный на рисунке?



2. Постройте ДКА, который распознает последовательности нулей и единиц, начинающиеся с 00.
3. Пусть $\Gamma = (V = \{0,1\}, W = \{J\}, J, R = \{J \rightarrow \varepsilon, J \rightarrow 0J, J \rightarrow J1\})$. Покажите, что язык этой грамматики $L(\Gamma) = \{0^n 1^m : n, m \in \mathbb{N} \cup \{0\}\}$.
4. Докажите, что язык $L = \{0^n 1^n 0^n : n \in \mathbb{N}\}$ не является КС-языком.
5. Разработайте ДМТ-программу для вычисления разности двух натуральных чисел.

6. Докажите, что проблема ВЕРШИННОЕ ПОКРЫТИЕ, в которой требуется определить существует ли в данном графе вершинное покрытие, мощность которого не более k (k – заданное число), является NP-полной.

Примерный список вопросов к экзамену

1. Высказывание. Логические операции над высказываниями.
2. Формула логики высказываний. Таблица истинности формулы логики высказываний. Выполнимые, тождественно-истинные и тождественно-ложные формулы логики высказываний. Равносильные формулы логики высказываний.
3. Теорема о подстановке формулы вместо переменной. Теорема о замене подформулы на равносильную ей.
4. Логическое следование. Теорема о логическом следствии. Правила следования.
5. Понятие n -местного предиката. Множество истинности предиката. Выполнимые, тождественно-истинные и тождественно-ложные предикаты. Равносильные предикаты.
6. Операции над предикатами. Формула логики предикатов. Интерпретация формулы логики предикатов на множестве.
7. Формула логики предикатов. Выполнимые, тождественно-истинные, тождественно-ложные на множестве формулы логики предикатов.
8. Формула логики предикатов. Общезначимые формулы логики предикатов. Проблемы разрешения для общезначимости и выполнимости формул логики предикатов.
9. Формула логики предикатов. Приведенная и нормальная формы для формул логики предикатов.
10. Множества, способы задания множеств. Подмножества и их свойства. Операции над множествами.
11. Декартово произведение множеств. Число элементов в декартовом произведении множеств.
12. Отображение. Инъективные, сюръективные и биективные отображения. Принцип Дирихле.
13. Отображение. Композиция отображений. Обратные отображения.
14. Равномощные множества. Счетные и несчетные множества. Примеры.
15. Бинарное отношение. Операции над бинарными отношениями. Отношение эквивалентности. Классы эквивалентности и их представители.
16. Основные правила комбинаторики (правило сложения, правило умножения, биективное правило). Размещения и сочетания (с повторениями и без повторений) из n элементов по k элементам.
17. Размещения и сочетания (с повторениями и без повторений) из n элементов по k элементам. Число размещений с повторениями из n элементов по k элементам.
18. Размещения и сочетания (с повторениями и без повторений) из n элементов по k элементам. Число размещений без повторений из n элементов по k элементам. Число перестановок элементов n -элементного множества.
19. Размещения и сочетания (с повторениями и без повторений) из n элементов по k элементам. Число сочетаний без повторений из n элементов по k элементам.
20. Размещения и сочетания (с повторениями и без повторений) из n элементов по k элементам. Число сочетаний с повторениями из n элементов по k элементам.
21. Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов.

22. Полиномиальная формула.
23. Формула включений и исключений и ее приложения.
24. Линейные однородные рекуррентные соотношения k -го порядка с постоянными коэффициентами. Теорема о решении линейного однородного рекуррентного соотношения второго порядка.
25. Линейные однородные рекуррентные соотношения k -го порядка с постоянными коэффициентами. Теорема о решении линейного однородного рекуррентного соотношения k -го порядка (без доказательства).
26. Производящие функции. Операции над производящими функциями. Решение рекуррентных соотношений методом производящих функций.
27. Булевы функции. Табличное задание булевых функций. Число булевых функций от n переменных.
28. Булевы функции. Элементарные булевы функции. Булевы формулы.
29. Разложение булевой функции в дизъюнктивную форму по одной переменной.
30. Разложение булевой функции в дизъюнктивную форму по k переменным. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма.
31. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма и совершенная конъюнктивная нормальная форма.
32. Полином Жегалкина (существование и единственность). Методы построения.
33. Полная система булевых функций. Замкнутые классы булевых функций. Класс булевых функций, сохраняющих константу 1, и класс булевых функций, сохраняющих константу 0.
34. Полная система булевых функций. Замкнутые классы булевых функций. Класс линейных функций.
35. Полная система булевых функций. Замкнутые классы булевых функций. Класс монотонных функций.
36. Полная система булевых функций. Замкнутые классы булевых функций. Класс самодвойственных функций.
37. Лемма о несамодвойственной функции.
38. Лемма о немонотонной функции.
39. Лемма о нелинейной функции.
40. Основная лемма критерия полноты.
41. Критерий полноты системы булевых функций.
42. Минимальные и кратчайшие дизъюнктивные нормальные формы булевой функции.
43. Граф. Смежные вершины и смежные ребра. Окружение и степень вершины. Простейшие графы специального вида.
44. Матрицы графа. Лемма «о рукопожатиях».
45. Графическая последовательность целых неотрицательных чисел. Критерий графичности последовательности. Алгоритм распознавания графических последовательностей.
46. Помеченные графы. Число помеченных графов заданного порядка. Изоморфизм графов.
47. Открытые и замкнутые маршруты, цепь, простая цепь, цикл, простой цикл. Связный граф и компоненты связности графа. Теорема о представлении графа в виде дизъюнктивного объединения его компонент связности.

48. Расстояние между вершинами. Эксцентриситет вершин графа. Радиус и диаметр графа. Соотношение, связывающее радиус и диаметр графа.
49. Двудольный граф. Критерий двудольности графа.
50. Дерево. Эквивалентные определения дерева.
51. Теорема Кэли о числе помеченных деревьев заданного порядка.
52. Плоские и планарные графы. Грани плоского графа. Формула Эйлера.
53. Плоские и планарные графы. Грани плоского графа. Гомеоморфные графы. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского (без доказательства).
54. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости графа. Алгоритм построения эйлерова цикла в эйлеровом графе.
55. Гамильтоновы графы. Необходимые и достаточные условия гамильтоновости графа.
56. Правильная раскраска графа и хроматическое число графа.
57. Порождающая грамматика и ее язык. Классы порождающих грамматик и их языки.
58. Детерминированные и недетерминированные конечные автоматы.
59. Леммы о «накачке» для А-языков и КС-языков.
60. Устройство и программа детерминированной (недетерминированной) одноленточной машины Тьюринга. Функции, вычислимые по Тьюрингу.
61. Понятие массовой проблемы. Проблемы распознавания.
62. Алгоритмически разрешимые и неразрешимые проблемы. Проблема самоприменимости.
63. Классы P и NP. Проблема равенства классов P и NP. Полиномиальная сводимость проблем распознавания и NP-полные задачи.

Перечень рекомендуемых средств диагностики

Для текущего контроля качества усвоения знаний студентами рекомендуется использовать следующий диагностический инструментарий:

- 1) решение задач;
- 2) устные опросы;
- 3) проведение коллоквиума;
- 4) письменные контрольные работы.

Методика формирования итоговой оценки

Формой текущей аттестации по дисциплине «Дискретная математика и математическая логика» учебным планом предусмотрен зачёт и экзамен.

Для общей оценки качества усвоения студентами учебного материала рекомендуется использование рейтинговой системы. Рейтинговая оценка, дает возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения и предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний. Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний в рейтинговую оценку:

- 1) работа на лабораторных занятиях – 0.2;
- 2) контрольные работы – 0.4;

3) коллоквиумы – 0.4.

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов:

- 1) оценка по текущей успеваемости – 0.3,
- 2) экзаменационная оценка – 0.7.

Итоговая оценка формируется на основе:

- 1) Правил проведения аттестации студентов (Постановление Министерства образования Республики Беларусь № 53 от 29 мая 2012 г.);
- 2) Положение о рейтинговой системе оценки знаний по дисциплине в БГУ (Приказ ректора БГУ от 18.08.2015 № 382-ОД);
- 3) Критериев оценки знаний студентов (письмо Министерства образования от 22.12.2003).

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу
Алгоритмы и структуры данных	Дискретной математики и алгоритмики	Нет	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения, протокол № 8 от 18.01.2018 г
Исследование операций	Информационных систем управления	Нет	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения, протокол № 8 от 18.01.2018 г
Теория вероятностей и математическая статистика	Теории вероятностей и математической статистики	Нет	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения, протокол № 8 от 18.01.2018 г

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ

на ____ / ____ учебный год

№№ Пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры дискретной математики и алгоритмики (протокол № ____ от _____ 201_ г.)

Заведующий кафедрой

(ученая степень, звание)

(подпись)

(И.О. Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

(ученая степень, звание)

(подпись)

(И.О.Фамилия)