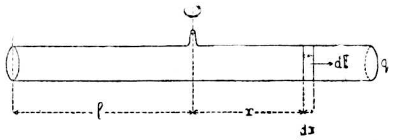
Е. Е. Сиротин

Центробежные силы в газе.

Вращением газа удобно воспользоваться для демонстрирования некоторых соотношений кинетической теории газового состояния. Так легко вывести связь между скоростью вращения и средней квадратичной скоростью газовых молекул, пользуясь основной формулой кинетической теории газов.



Пусть газ заключен в цилиндрическую трубку, вращающуюся вокруг оси, проходящей через средину трубки перпендикулярно к ее длине (черт.). Пусть длина половины трубки$=l$, сечение$=q$, плотность газа$=\delta_0$, масса его $=M_0$, период обращения$=T$.

Тогда центробежная сила dF для элемента газа $q.dx$, находящегося на расстоянии X от оси, будет

$$dF=dm.\frac{4\pi^2 x}{T^2}$$

где

$$dm=q.\delta.dx$$

δ—плотность газа в исследуемом месте трубки.

Сила dF уравновешивается разностью давлений dp на концах элемента $q.dx$

$$dF=q.dp.$$

Отсюда

$$dp=\frac{4\pi^2}{T^2}\delta.\ x.\ dx.$$

Плотность при неизменной температуре пропорциональна давлению

$$\delta=kp$$

или

$$dp=\frac{1}{k}d\delta.$$

После подстановки в предшествующее уравнение и разделения переменных получаем

$$\frac{d\delta}{\delta}=\frac{4\pi^2 k}{T^2}\ xdx$$

откуда решение будет иметь вид

$$lg\delta=\frac{4\pi^2 k}{T^2}\cdot\frac{x^2}{2}+C.$$

Для $x=0$, плотность будет$=\delta_0$, если трубка через отверстие по оси вращения соединена с атмосферой, где плотность$=\delta_0$. Значит,

$$lg\frac{\delta}{\delta_0}=\frac{2\pi^2k}{T^2}x^2=\alpha x^2$$

где

$$\alpha=\frac{2\pi^2k}{T^2}$$

или

$$\delta=\delta_0e^{\alpha x^2}.$$

На практике α—малая величина, и потому приближенно

$$\delta=\delta_0(1+\alpha x^2)$$

Вычислим теперь новую массу газа. Элемент об‘ема имеет массу

$$dm=q\delta_0(1+\alpha x^2)dx.$$

Масса всего цилиндра

$$M=2\int_0^l q\delta_0(1+\alpha x^2)dx=2q\delta_0\left(l+\frac{\alpha l^3}{3}\right)=M_0+\frac{2}{3}\alpha M_0l^2.$$

Прирост массы

$$\triangle M=M-M_0=\frac{2}{3}\alpha M_0l^2=\frac{4}{3}\frac{\pi^2k}{T^2}M_0l^2.$$

Вводя сюда выражение средней квадратичной скорости и линейную скорость конца трубки, получим простое соотношение между этими скоростями и изменением массы газа.

С этой целью выразим постоянную k через среднюю квадратичную скорость $\bar{v}$ из основного соотношения кинетической теории газов

$$p=\frac{1}{3}\delta\bar{v}^2$$

и вышенаписанного выражения

$$\delta=kp.$$

Получаем

$$k=\frac{3}{\bar{v}^2}.$$

Обозначив, кроме того, линейную скорость конца цилиндра через v, имеем

$$v=\frac{2\pi}{T}l.$$

После подстановки последних выражений прирост массы выразится в виде

$$\triangle M=M_0\left(\frac{v}{\bar{v}}\right)^2$$

или

$$\frac{\bar{v}}{v}=\sqrt{\frac{M_0}{\triangle M}}.$$

Формула показывает таким образом, во сколько раз молекулярная скорость больше скорости конца вращающейся трубки.

Определив $\bar{v}$, обычным образом находим наивероятнейшую и средне-арифметическую скорости.