

A. Kroutalevitch

Résolution approchée des équations numériques d'après la méthode de l'itération déductive

R e s u m é

L'objet de cette note est l'application d'une méthode, que l'auteur a nommée l'itération déductive, pour la résolution approchée des équations numériques algébriques.

Cette méthode se base sur le fait très simple suivant.

Chaque équation, présentée sous la forme

$$x = \varphi(a, x)$$

où a est une grandeur constante, peut être représentée aussi comme

$$x = \varphi[a, \varphi(a, x)]$$

ou

$$x = \varphi\{a, \varphi[a, \varphi(a, \varphi(a, \varphi(a, \dots)))]\},$$

c'est à dire comme un nombre infini d'opérations identiques, qui se repètent.

Par exemple, soit

$$x = a + \varphi(x)$$

Alors nous avons

$$x = a + \varphi[a + \varphi(x)] = a + \varphi\{a + \varphi[a + \varphi(a + \varphi(a + \varphi(a, \dots)))]\}$$

Interrompant cette série d'opérations sur un point certain, nous avons une valeur approchée de x .

Chaque équation algébrique de la grade n peut être représentée sous la forme

$$x^n = a_n + a_{n-1}x + a_{n-2}x^2 + \dots + a_1x^{n-1}$$

ou

$$x = \sqrt[n]{a_n + a_{n-1}x + a_{n-2}x^2 + \dots + a_1x^{n-1}}$$

Il est clair, que la première approximation de x est

$$x_1 = \sqrt[n]{a_n + a_{n-1}\sqrt[n]{a_n + a_{n-2}\sqrt[n]{a_n^2 + \dots + a_1\sqrt[n]{a_n^{n-1}}}}}$$

La 2-me approximation est

$$x_2 = \sqrt[n]{a_n + a_{n-1}x_1 + a_{n-2}x_1^2 + \dots + a_1x_1^{n-1}} \quad \text{etc.}$$

L'auteur illustre cette idée par des exemples numériques.