

ОБелорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе


06.06.2017
Регистрационный № УД-7/17 уч.



ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ГРУПП ЛИ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:

1-31 80 03 Математика

2017 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 80 03-2012, утвержденного 24.08.2012 № 108, учебных планов, утвержденных 26.05.2017, регистрационные № G31-257/уч., № G31з-258/уч. по специальности 1-31 80 03 Математика.

СОСТАВИТЕЛЬ:

В.В. Балащенко, доцент кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики Белорусского государственного университета, кандидат физ.-мат. наук.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой геометрии, топологии и методики преподавания математики (протокол № 11 от 16.05.2017);

Учебно-методической комиссией механико-математического факультета Белорусского государственного университета (протокол № 7 от 16.05.2017).



ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

«Введение в теорию групп Ли» (цикл дисциплин специальной подготовки, дисциплина по выбору магистранта) читается магистрантам очной и заочной форм получения образования первого года обучения механико-математического факультета специальности Математика.

Для современных специалистов в области теоретической математики и многих ее приложений одним из направлений фундаментальной подготовки является теория гладких многообразий. В свою очередь важнейшим классом гладких многообразий являются группы Ли. Следует отметить, что теория групп Ли входит в число наиболее продвинутых разделов современной математики и широко используется не только внутри математики, но и в механике, теоретической физике и других областях естествознания. Таким образом, предлагаемая дисциплина не только способствует формированию математической культуры современных специалистов, но и открывает широкие возможности для понимания и использования многих приложений теории групп Ли.

Основными целями дисциплины являются:

- знакомство с основными локальными и глобальными аспектами теории гладких многообразий и гладких отображений;
- изучение основных сведений о расслоениях на теоретико-множественном, топологическом и гладком уровнях;
- освоение основных конструкций, связанных с группами Ли, алгебрами Ли и их ролью в современной геометрии.

Для достижения этих целей решаются следующие задачи:

- излагаются на абстрактном уровне основные сведения о гладких многообразиях, гладких функциях и отображениях, гладких векторных полях и других связанных конструкциях;
- приводится серия подробно рассмотренных примеров, иллюстрирующих изложенные абстрактные конструкции;
- детально излагаются первоначальные сведения о группах Ли, рассматривается ряд классических групп Ли и анализируется их связь с классическими геометриями.

При изложении дисциплины «Введение в теорию групп Ли» широко используются конструкции и результаты аналитической геометрии, алгебры, дифференциальной геометрии и топологии, математического анализа, дифференциальных уравнений.

В результате изучения дисциплины магистрант должен:

ЗНАТЬ: основные понятия и факты теории гладких многообразий, конструкций теории расслоенных пространств, теории групп Ли и алгебр Ли, серию примеров из всех перечисленных разделов и их связь с классическими и иными геометриями.

УМЕТЬ: указывать примеры гладких многообразий и гладких отображений, конструировать примеры расслоений из различных математических дисциплин, строить подрасслоения в них и указывать сечения расслоений,

предъявлять примеры групп Ли и представлять их геометрические интерпретации, доказывать основные утверждения изученного курса.

ВЛАДЕТЬ: навыками, отмеченными выше в пунктах «знать» и «уметь».

Знание основных понятий, методов и математических конструкций дисциплины «Введение в теорию групп Ли» играет фундаментальную роль при изучении других основных математических дисциплин, а также при решении многих теоретических и прикладных задач, использующих методы современной геометрии.

Преподавание дисциплины должно строиться таким образом, чтобы обучающийся приобретал следующие компетенции специалиста:

Магистр должен иметь:

АК-1. Способность к самостоятельной научно-исследовательской деятельности (анализ, сопоставление, систематизация, абстрагирование, моделирование, проверка достоверности данных, принятое решений и др.), готовность генерировать и использовать новые идеи.

АК-2. Методологические знания и исследовательские умения, обеспечивающие решение задач научно-исследовательской, научно-педагогической, управленческой и инновационной деятельности.

АК-3. Способность к постоянному самообразованию.

Магистр должен быть способным:

СЛК-1. Совершенствовать и развивать свой интеллектуальный и общекультурный уровень, добиваться нравственного и физического совершенствования своей личности.

СЛК-2. Пользоваться одним из государственных языков Республики Беларусь и иным иностранным языком как средством делового общения.

СЛК-3. Формировать и аргументировать собственные суждения и профессиональную позицию.

СЛК-4. Анализировать и принимать решения по социальным, этическим, научным и техническим проблемам, возникающим в профессиональной деятельности.

СЛК-5. Работать в команде, руководить и подчиняться.

СЛК-6. Проявлять инициативу и креативность, в том числе в нестандартных ситуациях.

СЛК-7. Оказывать личным примером позитивное воздействие на окружающих и участников профессиональной деятельности с точки зрения соблюдения норм и правил здорового образа жизни, активной творческой жизненной позиции.

СЛК-8. Адаптироваться к новым ситуациям социально-профессиональной деятельности, реализовывать накопленный опыт, свои возможности.

Магистр должен быть способен:

Научно-педагогическая и учебно-методическая деятельность

ПК-1. Проводить учебные занятия в учреждениях среднего специального и высшего образования.

ПК-2. Разрабатывать и использовать современное учебно-методическое обеспечение.

ПК-3. Осваивать и внедрять в учебный процесс инновационные образовательные технологии.

ПК-4. Руководить научно-исследовательской работой обучающихся.

ПК-5. Планировать и организовывать воспитательную работу с обучающимися.

ПК-6. Осуществлять мониторинг образовательного процесса, диагностику учебных и воспитательных результатов.

Научно-исследовательская деятельность

ПК-7. Квалифицированно проводить научные исследования в области фундаментальной и прикладной математики.

Организационно-управленческая деятельность

ПК-8. Принимать оптимальные управленческие решения.

ПК-9. Осваивать и реализовывать управленческие инновации в профессиональной деятельности.

Инновационная деятельность

ПК-10. Разрабатывать планы и программы организации инновационной деятельности.

ПК-11. Реализовывать инновационные проекты.

Для изучения дисциплины отводится:

очная форма обучения – всего 146 учебных часов, в том числе 46 аудиторных часов: лекции - 36 часов, УСП – 10 часов. Текущая аттестация – экзамен во 2 семестре;

заочная форма обучения – всего 146 учебных часов, в том числе 14 аудиторных часов: лекции - 14 часов. Текущая аттестация – экзамен во 2 семестре.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Гладкие многообразия. Введение (линии и поверхности). Локальные карты, атласы, гладкая структура. Примеры гладких многообразий. Атласы на двумерной сфере.

Тема 2. Гладкие функции и гладкие отображения. Гладкие функции на гладком многообразии. Алгебра гладких функций. Гладкие отображения многообразий. Диффеоморфизм.

Тема 3. О классификации гладких многообразий. Топологическая и гладкая классификации маломерных гладких многообразий. Гладкие структуры на n -мерном векторном пространстве.

Тема 4. Касательные векторы и касательное пространство. Касательный вектор (два подхода). Касательное пространство к гладкому многообразию. Натуральный базис касательного пространства.

Тема 5. Дифференциал гладкого отображения. Дифференциал гладкого отображения многообразий. Геометрический смысл дифференциала. Запись в локальных координатах. Цепное правило.

Тема 6. Гладкие векторные поля. Гладкие векторные поля (разные подходы). Векторные поля в координатной окрестности. Алгебра Ли гладких векторных полей. Примеры алгебр Ли.

Тема 7. Расслоения. Основные понятия (база, слой, сечение, подрасслоение). Примеры. Морфизмы расслоений. Локально тривиальные и векторные расслоения. Касательное расслоение к гладкому многообразию.

Тема 8. Группы Ли. Группы Ли (определение, варианты аксиом). Примеры групп Ли, их топологические свойства. Прямое произведение групп Ли, примеры.

Тема 9. Гомоморфизмы групп Ли. Гомоморфизмы групп Ли, примеры гомоморфизмов. Специальные отображения в группе Ли (левый сдвиг, правый сдвиг, внутренний автоморфизм).

Тема 10. Подгруппы Ли группы Ли. Топологические подгруппы и подгруппы Ли. Открытые подгруппы. Классические группы Ли и классические геометрии.

Тема 11. Алгебра Ли группы Ли. Левоинвариантные векторные поля на группе Ли. Алгебра Ли группы Ли, ее геометрическая реализация. Соответствие между группами Ли и алгебрами Ли.

Тема 12. Алгебры Ли. Алгебры Ли, подалгебры Ли, идеалы. Структурные константы. Гомоморфизмы алгебр Ли, изоморфизм. Примеры алгебр Ли и гомоморфизмов.

Тема 13. Линейные представления. Линейные представления алгебр Ли, типы линейных представлений. Теорема Адо. Присоединенное представление алгебры Ли. Форма Киллинга алгебры Ли и ее свойства.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Введение в теорию групп Ли
(очная форма получения образования)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
2 семестр								
1	Гладкие многообразия.	4					2	Решение задач
2	Гладкие функции и гладкие отображения.	2						Опрос
3	О классификации гладких многообразий.	2						Опрос
4	Касательные векторы и касательное пространство.	4					2	Решение задач
5	Дифференциал гладкого отображения.	4						Опрос
6	Гладкие векторные поля.	2						Опрос
7	Расслоения.	2					2	Решение задач
8	Группы Ли.	2					2	Решение задач
9	Гомоморфизмы групп Ли.	2						Опрос
10	Подгруппы Ли группы Ли.	2						Опрос
11	Алгебра Ли группы Ли.	4						Опрос
12	Алгебры Ли.	2					2	Решение задач
13	Линейные представления.	4						Опрос
	Итого:	36					10	

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Введение в теорию групп Ли
(заочная форма получения образования)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
2 семестр								
1	Гладкие многообразия.	2						Опрос
2	Гладкие функции и гладкие отображения.	2						Опрос
3	О классификации гладких многообразий.	2						Опрос
6	Гладкие векторные поля.	2						Опрос
8	Группы Ли.	2						Опрос
9	Гомоморфизмы групп Ли.	2						Опрос
12	Алгебры Ли.	2						Опрос
	Итого:	14						

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Литература:

1. Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии. – М.: Физматлит, 2004.
2. Торп Дж. Начальные главы дифференциальной геометрии. – М.: «Мир», 1982; Волгоград, «Платон», 1998.
3. Винберг Э.Б. Линейные представления групп. - М.: «Наука», 1985.
4. Уорнер Ф. Основы теории гладких многообразий и групп Ли. - М.: «Мир», 1987.
5. Кириллов А.А. Элементы теории представлений. - М.: «Наука», 1978.
6. Хелгасон С. Дифференциальная геометрия, группы Ли и симметрические пространства. – М.: Факториал Пресс, 2005.

Примерная тематика задач и упражнений: УСР

1. Примеры гладких многообразий.
2. Примеры расслоений, подрасслоений, сечений.
3. Примеры групп Ли и гомоморфизмов групп Ли.
4. Примеры алгебр Ли и гомоморфизмов алгебр Ли.

ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ИСПОЛЬЗУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ РЕЗУЛЬТАТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Контроль освоения практических навыков осуществляется в форме опроса, проверки решения задач. По итогам семестра проводится экзамен.

МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ ИТОГОВОЙ ОЦЕНКИ

Итоговая оценка формируется на основе 3-х документов:

1. Правила проведения аттестации (Постановление № 53 от 29.05.2012).
2. Положение о рейтинговой системе БГУ (ред.2015 г.).
3. Критерии оценки студентов (10 баллов).

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО
на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики (протокол № ____ от ____ 201_ г.)

Заведующий кафедрой

(ученая степень, ученое звание) (подпись) (И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

(ученая степень, ученое звание) (подпись) (И.О.Фамилия)