

М.Г. Ботогова

## ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА КОЛЕБАНИЯ БАЛКИ, СОДЕРЖАЩЕЙ МАГНИТОРЕОЛОГИЧЕСКИЙ ЭЛАСТОМЕР

### THE INFLUENCE MAGNETIC FIELD ON VIBRATIONS OF BEAM CONTAINING MAGNETORHEOLOGICAL ELASTOMER

Рассмотрены свободные и вынужденные колебания трехслойной балки, содержащей магнитореологический эластомер. Исследовано влияние стационарного магнитного поля на амплитуду вынужденных колебаний.

Ключевые слова: свободные колебания, вынужденные колебания, магнитореологический эластомер.

Free and forced vibrations of three-layered beam containing magnetorheological fluid are considered. The influence stationary magnetic field on the amplitude of forced vibrations is investigated.

Keywords: free vibrations, forced vibrations, magnetorheological elastomer.

Тонкие слоистые композитные балки, пластины и оболочки широко используются в различных областях современной техники. Образованные из слоистых композитных тонкостенных оболочкоподобных и балочных элементов конструкции сочетают в себе легкость с высокой прочностью, что объясняет широкое применение их в судостроении, авиа- и ракетостроении, машиностроении, в промышленном строительстве и других областях.

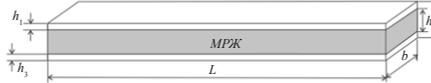
**И**зучение свободных и вынужденных колебаний тонкостенных конструкций имеет большой практический интерес для механиков. Важнейшей задачей на стадии проектирования подобных элементов, испытывающих статические, вибрационные нагрузки, является задача о виброзащите с сохранением и/или увеличением прочностных характеристик.

Магнитореологический эластомер – это интеллектуальный материал, который изменяет свои свойства в зависимости от индукции магнитного поля. Магнитореологические эластомеры часто рассматриваются как твердый аналог феррожидкостей: они представляют собой неферромагнитную упругую матрицу, наполненную ферромагнитными частицами. При приложении поля магнитные моменты

частиц наполнителя упорядочиваются за счет взаимодействия с полем, что изменяет их взаимодействие между собой и может привести к обратимому смещению частиц внутри упругой матрицы.

Модуль Юнга и модуль сдвига эластомеров принимаются комплексными функциями, зависящими от индукции магнитного поля и для каждого материала определяются экспериментально [1].

Целью данной работы является изучение влияния постоянного магнитного поля на вынужденные колебания трехслойной балки, содержащей магнитореологическую жидкость.



Здесь  $h_1, h_2$  – несущие слои,  $h_3$  – МРЖ. Пусть  $h_1 = h_2 = h_3 = h$ .

В качестве разрешающих уравнений воспользуемся уравнениями [2]:

$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - 4G_v bh \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) = f, \quad (1)$$

$$J \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - 2Eb h^3 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - 4G_v bh \left( \frac{\partial w}{\partial x} - \varphi \right) = 0,$$

где  $w$  – нормальный прогиб балки,  $\varphi$  – угол поворота поперечного сечения балки,  $x$  – координата на средней линии,  $f$  – внешняя сила,  $t$  – время,  $E$  – модуль Юнга для несущих слоев,  $G_v$  – комплексный модуль сдвига для магнитореологической жидкости. Величины  $\rho, I, J$  определяются по формулам:

$$\rho = (\rho_1 + \rho_2 + \rho_3)bh, \quad I = 9bh^3 / 4, \quad J = (13\rho_1 / 6 + \rho_2 / 12)bh^3, \quad (2)$$

где  $\rho_1, \rho_2, \rho_3$  – плотности несущих слоев и магнитореологической жидкости соответственно.

В качестве граничных условий рассматриваются условия шарнирного опирания:

$$w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0 \quad \text{при } x = 0, L.$$

Вначале рассмотрим свободные колебания балки. Пусть  $f = 0$ . Для того, чтобы удовлетворить уравнениям (1), (3) решение (1) записывается в виде

$$w = w_n(x, t) = \sin(\lambda_n x) e^{i\Omega t}, \quad \varphi = \varphi_n(x, t) = C_n \cos(\lambda_n x) e^{i\Omega t}, \quad \lambda_n = \frac{\pi n}{L}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (4)$$

Подставляя (4) в (1) и пренебрегая  $J \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}$ , получаем, что

$$C_n = \frac{2\lambda_n G_v}{\lambda_n^2 h^2 E + 2G_v}, \quad \Omega = \Omega_n = \lambda_n^2 \sqrt{\frac{E}{\rho} \left( 2I + \frac{4G_v bh}{E\lambda_n^2} \left( 1 - \frac{2G_v}{2G_v + E\lambda_n^2 h^2} \right) \right)}. \quad (5)$$

Рассмотрим вынужденные колебания балки. Магнитное поле предполагается постоянным и однородным. Вынуждающая гармоническая сила локализована в точке  $x = x_a$  и имеет вид:

$$f = \rho F_0 \delta(x - x_a) e^{i\omega_0 t}, \quad (6)$$

где  $\delta(x - x_a)$  – единичная импульсная функция или дельта – функция Дирака.

Решение уравнений (1) с ГУ (3) записывается в виде:

$$w(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin(\lambda_n x) q_n(t), \quad \varphi(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(\lambda_n x) q_n(t). \quad (7)$$

Подставляя (7) в первое уравнение (1), получим

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin(\lambda_n x) [\ddot{q}_n(t) + \Omega_n^2 q_n(t)] = \frac{f}{\rho}. \quad (8)$$

Умножая (8) на  $\sin(\lambda_n x)$  и интегрируя по длине балки с учетом ортогональности функций  $\sin(\lambda_n x)$ , получим

$$\ddot{q}_n(t) + \Omega_n^2 q_n(t) = \frac{2}{L} F_0 \sin(\lambda_n x_a) e^{i\omega_e t}. \quad (9)$$

Частное решение уравнения (9) записывается в виде:

$$q_n(t) = \frac{2}{L} F_0 \frac{e^{i\omega_e t}}{\Omega_n^2 - \omega_e^2} \sin(\lambda_n x_a). \quad (10)$$

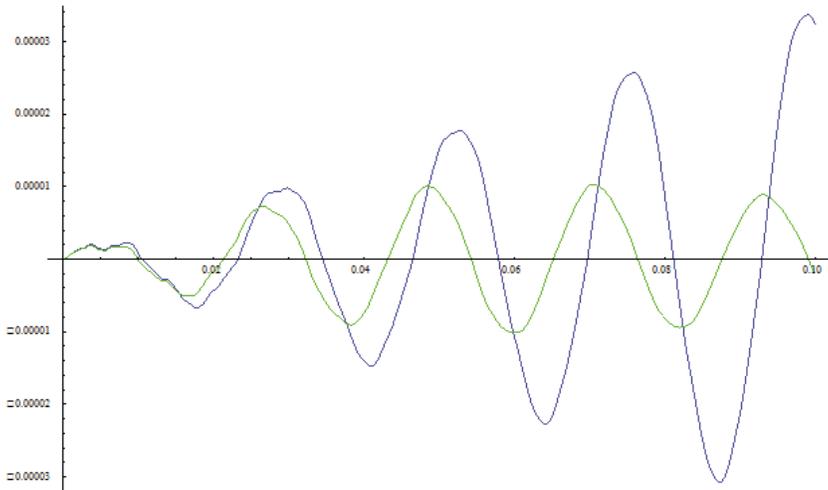
Общее решение для нормального прогиба имеет вид:

$$w(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ A_n e^{i\Omega_n t} + \frac{2}{L} F_0 \frac{e^{i\omega_e t} \sin(\lambda_n x_a)}{\Omega_n^2 - \omega_e^2} \right] \sin(\lambda_n x), \quad (11)$$

где  $A_n$  – комплексные числа, которые определяются, исходя из начальных условий.

В качестве примера рассмотрим трехслойную балку, для которой  $h_1 = h_2 = h_3 = h = 0,7 \cdot 10^{-3}$  м,  $L = 0,39$  м,  $b = 25 \cdot 10^{-3}$  м,  $x_a = L/7$ ,  $\rho_1 = \rho_3 = 2,7 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup> – плотности несущих слоев (алюминия),  $\rho_2 = 3,5 \cdot 10^3$  – плотность магнитоэологической жидкости,  $E_1 = E_3 = 70 \cdot 10^9$  Па – модули Юнга несущих слоев, модуль сдвига магнитоэологической жидкости комплексный и зависит от индукции магнитного поля [3], частота вынуждающей силы  $\omega_e = 270,39$  с<sup>-3</sup>. Здесь частота вынуждающей силы совпадает с частотой собственных колебаний  $\Omega_1$ .

На рисунке приведена вещественная часть решения (11) в случае отсутствия магнитного поля (синий график) и в случае, когда интенсивность магнитного поля 250 мТл (зеленый график). Из рисунка видно, что магнитное поле снижает амплитуды вынужденных колебаний балки.



### Литература

1. On damping vibrations of three layered beam containing magnetorheological elastomer / E.V. Korobko [et al.] // J. of Intelligent Material Systems and Structures. 2012. Vol. 23, № 9. P. 1019–1023.
2. Yalcintas M., Dai H. Vibrations suppression capabilities of magnetorheological materials based adaptive structures // Smart Materials and Structures. 2004. Vol. 13. P. 1–11.
3. Korobko E.V. Rheological properties magnetoelctrorheological fluids with complex disperse phase // J. of Physics: Conference Series. 2009, № 149. P. 12–65.