

О СПЕКТРАЛЬНОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С КРАТНЫМИ ЯДРАМИ КОШИ

Расолько Г. А., Желток П. А.

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь e-mail: rasolka@bsu.by

В [1], [2] рассматриваются новые вычислительные схемы и предлагаются комплексы модулей в СКА MathCAD и Mathematica по приближенному решению сингулярного интегрального уравнения второго рода с постоянными коэффициентами. Вычислительные схемы основаны на разложении характеристического оператора по многочленам Чебышёва, т. е. на так называемых спектральных соотношениях для характеристического оператора.

Представляет интерес применить данный подход к численному решению сингулярных интегральных уравнений с кратными ядрами Коши вида

$$S(\varphi(x_1, \dots, x_n); x_1, \dots, x_n) + \lambda k(\varphi(x_1, \dots, x_n)) = f(x_1, \dots, x_n), \quad -1 < x_1, \dots, x_n < 1, \quad (1)$$

$$S(\varphi(x_1, \dots, x_n); x_1, \dots, x_n) \stackrel{\text{def}}{=} S_1 \dots S_n(\varphi(x_1, \dots, x_n); x_1, \dots, x_n),$$

$$S_j(\varphi(x_1, \dots, x_n); x_1, \dots, x_n) \stackrel{\text{def}}{=} S_j(\varphi(x_1, \dots, x_n); x_j) \stackrel{\text{def}}{=}$$

$$\stackrel{\text{def}}{=} a_j \varphi(x_1, \dots, x_n) + \frac{b_j}{\pi i} \int_{-1}^1 \frac{\varphi(x_1, \dots, x_{j-1}, t_j, x_{j+1}, \dots, x_n)}{t_j - x_j} dt_j,$$

$$k(\varphi(x_1, \dots, x_n)) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\pi^n} \int_{-1}^1 \dots \int_{-1}^1 k(x_1, \dots, x_n, t_1, \dots, t_n) \varphi(t_1, \dots, t_n) dt_1 \dots dt_n,$$

a_j, b_j – заданные числа, $a_j^2 - b_j^2 \neq 0, j = \overline{1, n}$, $k, f \in H$ по всем переменным на $[-1, 1]^n$, λ – числовой параметр, $\varphi(x_1, \dots, x_n)$ – неизвестная функция.

Как и в одномерном случае, решение уравнения (1) зависит от класса функций, в котором оно разыскивается, но в отличие от одномерного случая общее решение может содержать произвольные функции (см., например, [3]).

Нами построены вычислительные схемы численного решения уравнения (1) в случае $n = 2$, $k(x_1, x_2, t_1, t_2) \equiv 0$ в классе неограниченных и ограниченных функций. Запрограммированные в Mathematica модули просчитаны на модельных уравнениях.

Библиографические ссылки

1. Расолько, Г. А. Численное решение некоторых сингулярных интегральных уравнений с ядрами Коши методом ортогональных многочленов. В 2 ч. Ч. 1. Алгоритмы в MathCad [Электронный ресурс] / Г. А. Расолько. – Минск : БГУ, 2017. – 293 с. Режим доступа: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/180437>

2. Расолько, Г. А. Численное решение некоторых сингулярных интегральных уравнений с ядрами Коши методом ортогональных многочленов. В 2 ч. Ч. 2. Алгоритмы в Mathematica [Электронный ресурс] / Г. А. Расолько. – Минск : БГУ, 2017. – 296 с. Режим доступа: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/180438>

3. Расолько Г.А. Прямые методы решения некоторых сингулярных интегральных уравнений // Дис. канд. физ.-мат. наук; 01.01.01 – 01.01.07. Мн., 1990. – 150 с.