ЭФФЕКТИВНОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ РАДИУСОВ УСТОЙЧИВОСТИ В ЛИНЕЙНЫХ ТРАЕКТОРНЫХ ЗАДАЧАХ НА ГРАФАХ

Гончаров А. К., Кузьмин К. Г.

Белорусский государственный университет, Минск,
e-mail: aleknorv@gmail.com, kuzminkg@bsu.by

Рассмотрим хорошо известную [1, 2] задачу траекторную задачу на взвешенном графе $G = G(V, E)$ с множеством вершин V и множеством ребер E. Пусть $|V| = n$ и $|E| = m$, причем $m \geq n$. Множество всевозможных траекторий (решений) обозначим через T, а сами траектории будем обозначать буквой t.

Будем полагать, что все ребра занумерованы и каждому ребру с номером i приписан вес $a_i \in \mathbf{R}$. Тем самым, образуется весовой вектор $a = (a_1, a_2, \ldots, a_m) \in \mathbf{R}^m$, и каждый остов $t \in T$ получает вес $f(t, a) = \sum\limits_{e_i \in t} a_i$. Множество остовов с минимальным весом будем называть множеством оптимальных решений и обозначать $Opt(a)$.

Исследуем количественную меру устойчивости оптимальных решений $t \in Opt(a)$ к возмущениям вектора a, которые традиционно [1–3] моделируются прибавлением к нему возмущающего вектора $a' \in \mathbf{R}^m$. В качестве количественной характеристики устойчивости оптимального решения $t \in Opt(a)$ выберем радиус его устойчивости (в чебышевской метрике), определяемый [2, 3] по формуле: $\rho(t, a) = \sup \Xi$, если $\Xi \neq \varnothing$, и $\rho(t, a) = 0$, если $\Xi = \varnothing$, где $\Xi = \{\varepsilon > 0 : \forall a' \in \Omega(\varepsilon)\, (t \in Opt(a + a'))\}$, $\Omega(\varepsilon) = \{a' \in \mathbf{R}^m : \|a'\|_\infty < \varepsilon\}$, $\|a'\|_\infty = \max\limits_{i=1}^{m} |a_i|$.

Известно (см., например, [2, 3]), что радиус устойчивости может быть найден по формуле $\rho(t, a) = \min\limits_{t' \in T \setminus \{t\}} \dfrac{f(t', a) - f(t, a)}{\Delta(t, t')}$, где $\Delta(t, t')$ – число ребер в симметрической разности траекторий t и t', иными словами $\Delta(t, t') = |t \cup t'| - |t \cap t'|$. Эта формула имеет существенный недостаток: она требует полного перебора по всему множеству решений, что фактически делает ее неприменимой на практике. Нам удалось показать, для ряда траекторных задач такой перебор не требуется, а общая формула существенно упрощается. В частности, это верно для задачи об остове минимального веса и задачи а=посика кратчайшего пути между вершинами.

Библиографические ссылки

1. Сергиенко, И. В. Задачи дискретной оптимизации. Проблемы, методы решения, исследования. / И. В. Сергиенко, В. П. Шило. Киев : Наукова думка, 2003. – 258 с.

2. Кузьмин, К. Г. Единый подход к нахождению радиусов устойчивости в многокритериальной задаче о максимальном разрезе графа / К. Г. Кузьмин / Дискретный анализ и исследование операций. – 2015. – Т. 22, № 5. – С. 30–51

3. Roland, J. On the calculation of stability radius for multi-objective combinatorial optimization problems by inverse optimization / J. Roland, Y. De Smet, J. R. Figueira // 4OR. – 2012. –V. 10, N 4. – P. 379–389.