

О ЧИСЛЕННОМ РЕШЕНИИ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО РОДА С КРАТНЫМИ ЯДРАМИ ГИЛЬБЕРТА

Якименко Т. С.

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь,
e-mail: chmp@bsu.by

Общая теория сингулярных интегральных уравнений (СИУ) в значительной степени разработана, но приложения диктуют необходимость развития приближенных методов их решения [1].

В настоящем докладе предлагается прямой метод решения СИУ первого рода, содержащих кратные ядра Гильберта, вида

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(\delta_1, \delta_2) \operatorname{ctg} \frac{\delta_1 - s_1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\delta_2 - s_2}{2} d\delta_1 d\delta_2 + \\ & + \frac{\lambda}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} K(s_1, s_2, \delta_1, \delta_2) \varphi(\delta_1, \delta_2) d\delta_1 d\delta_2 = f(s_1, s_2), \end{aligned} \quad (1)$$

где f, K – заданные функции класса $H_{2\pi}$ (2π -периодические по каждой переменной, удовлетворяющие условию Гёльдера), λ – числовой параметр, φ – искомая функция.

Введены условия единственности решения уравнения (1), а именно,

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(s_1, \delta_2) d\delta_2 = g(s_1), \quad \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(\delta_1, s_2) d\delta_1 = h(s_2), \quad (2)$$

в которых $g(s_1), h(s_2)$ – заданные функции класса $H_{2\pi}$, удовлетворяющие условию

$$\text{согласованности } \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} g(\delta_1) d\delta_1 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} h(\delta_2) d\delta_2 = A.$$

Численный метод решения задачи (1), (2) основан на построении аппроксимирующей задачи, для которой выполняются необходимые и достаточные условия разрешимости и согласованности. Аппаратом приближения входящих в задачу функций выбраны полиномы тригонометрического интерполирования по системе равноотстоящих узлов (число узлов – нечетное) [2].

Исследована сходимость приближенного решения к точному в равномерной метрике. Тестовые расчеты показали хорошую обусловленность матриц, возникающих в прямом методе численного решения СИУ.

Библиографические ссылки

1. Шешко М. Сингулярные интегральные уравнения с ядрами Коши и Гильберта и их приближенное решение/ М. Шешко – Люблин. Науч. об-во Католического университета, 2003. – 288 с.
2. Об одном методе решения сингулярных интегральных уравнений I рода, содержащих кратные интегралы с ядрами Гильберта/ Т.С. Якименко – Деп. в ВИНТИ 21.08.90, №4719-В90// Весці АН БССР, Сер. фіз.-мат. Н. – 1990. – 13 с.