

ОБ ОДНОМ СЕМЕЙСТВЕ МАТРИЧНЫХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫХ МНОГОЧЛЕНОВ ОБОБЩЕННОГО ТИПА ЭРМИТА–БИРКГОФА

Худяков А. П., Пантелеева Е. В., Кульгун Е. И.

*Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина, Брест, Беларусь,
e-mail: hudand1985@mail.ru*

В [1] построен тригонометрический интерполяционный многочлен вида

$$T_{n+1}^{\alpha, \beta}(x) = H_n(x) + \frac{\Omega_{n+1}^{\alpha, \beta}(x) D_{2n+1}(f; x_j)}{D_{2n+1}(\Omega_{n+1}^{\alpha, \beta}; x_j)}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad (1)$$

где $\Omega_{n+1}^{\alpha, \beta}(x) = \left(\alpha \sin \frac{x}{2} + \beta \cos \frac{x}{2} \right) \prod_{k=0}^{2n} \sin \frac{x - x_k}{2}$, $\alpha^2 + \beta^2 \neq 0$, $H_n(x)$ – тригонометрический интерполяционный полином лагранжева типа, а $D_{2n+1}f(x) = (D^2 + n^2) \cdots (D^2 + 1^2) Df(x)$, $D = \frac{d}{dx}$. Многочлен (1) удовлетворяет условиям

$$T_{n+1}^{\alpha, \beta}(x_i) = f(x_i) \quad (i = 0, 1, \dots, 2n); \quad D_{2n+1}(T_{n+1}^{\alpha, \beta}; x_j) = D_{2n+1}(f; x_j).$$

Пусть X – множество квадратных матриц, α и β – некоторые фиксированные матрицы из X , одновременно не являющиеся нулевыми, $F(z)$ – целая 2π -периодическая функция, $z \in \mathbb{C}$. В различных матричных узлах A_k таких, что матрицы $A_k - A_\nu$ ($k, \nu = 0, 1, \dots, 2n$) обратимы, известны значения $F(A_k)$ функции $F(A)$, $A \in X$. Также в одном из узлов A_j известно значение $\tilde{D}_{2n+1}(F; A_j)$ матрично-дифференциального оператора $\tilde{D}_{2n+1}F(A) = (D^2 + n^2) \cdots (D^2 + 1^2) DF(z) \Big|_{z=A}$, $D = \frac{d}{dz}$.

Теорема. *Тригонометрический многочлен*

$$T_{n+1}(A) \equiv T_{n+1}(A; \alpha, \beta) = H_n(A) + \Omega_{n+1}(A) \left[\tilde{D}_{2n+1}(\Omega_{n+1}; A_{2n+1}) \right]^{-1} \tilde{D}_{2n+1}(F; A_{2n+1}),$$

$$\text{где} \quad H_n(A) = \sum_{k=0}^{2n} \Psi_k(A) \Psi_k^{-1}(A_k) F(A_k), \quad \Psi_k(A) = \sin \frac{A - A_0}{2} \cdots \sin \frac{A - A_{k-1}}{2} \times \\ \times \sin \frac{A - A_{k+1}}{2} \cdots \sin \frac{A - A_{2n}}{2}, \quad \Omega_{n+1}(A) \equiv \Omega_{n+1}(A; \alpha, \beta) = \left(\alpha \sin \frac{A}{2} + \beta \cos \frac{A}{2} \right) \prod_{k=0}^{2n} \sin \frac{A - A_k}{2},$$

удовлетворяет интерполяционным условиям

$$T_{n+1}(A_k) = F(A_k) \quad (k = 0, 1, \dots, 2n); \quad \tilde{D}_{2n+1}(T_{n+1}; A_{2n+1}) = \tilde{D}_{2n+1}(F; A_{2n+1}).$$

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект № Ф16М-055).

Библиографические ссылки

1. Худяков, А.П. Обобщённые интерполяционные формулы Эрмита–Биркгофа для случая чебышевских систем функций / А.П. Худяков, Л.А. Янович // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2015. – № 2. – С. 5–14.