

к зависимости угла рассеяния от спинового состояния. Превышает ли этот эффект расщепление волновых пакетов и будет ли при этом происходить эффективное разделение частиц с разными спиновыми числами? Эффективное действие (19) используется для вычисления интенсивности рождения пар частица – античастица [17]. Возможны ли такие конфигурации гравитационного поля, когда рождение пар зависит от спина поля? В этих условиях оператор параллельного переноса по замкнутому контуру $P^A_\lambda(x(t))$ должен давать значительный вклад в общее выражение (19). Дальнейшие исследования, как нам думается, ответят на эти и многие другие вопросы.

1. Коноплева Н.П., Попов В.С. Калибровочные поля. М., 1980.
2. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Квантовые поля. М., 1980.
3. Cartan E. // Compt. Rend. 1922. Vol. 174. P. 437.
4. Hayashi K., Shirafuji T. // Progr. Theor. Phys. 1977. Vol. 58. P. 353.
5. Вайнберг С. Гравитация и космология. М., 1975.
6. Ушаков Е.А. // Весті АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук. 1974. № 6. С. 73.
7. Левашев А.Е., Ушаков Е.А. // Теория относительности и гравитация. М., 1976. С. 64.
8. Абакумов Е.Г., Ушаков Е.А. // Вестн. Белорус. ун-та. Сер. 1. 1993. № 1. С. 3.
9. Фейнман Р., Хиббс А. Квантовая механика и интегралы по траекториям. М., 1968.
10. Фейнман Р. Квантовая электродинамика. М., 1964.
11. Гринчук А.В., Ушаков Е. А. // Вестн. Белорус. ун-та. Сер. 1. 1997. № 2. С. 3.
12. Grosche C., Steiner F. // J. Math. Phys. 1995. Vol. 36. P. 2354.
13. Grinchuk A.V., Ushakov E.A. // Nonlinear Phenomena in Complex Systems: Proc. of 7-th Annual Seminar NPCS'1998. Minsk, 2000. P. 114.
14. Grinchuk A.V., Ushakov E.A. // Gravitation and Cosmology. 1999. Vol. 5. P. 173.
15. Grinchuk A.V., Ushakov E.A. // J. Math. Phys. 2003. Vol. 44. P. 147.
16. Гринчук А.В., Ушаков Е.А. Вестн. Белорус. ун-та. Сер. 1. 2002. № 2. С. 22.
17. Биррелл Н., Девис П. Квантованные поля в искривленном пространстве-времени. М., 1984.

Поступила в редакцию 28.01.2004.

Александр Викторович Гринчук – кандидат физико-математических наук, преподаватель кафедры технологий образования РИВШ БГУ.

Евгений Алексеевич Ушаков – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теоретической физики.

УДК 539.12

Т.В. ШИШКИНА

РАСЧЕТ МНОГОФОТОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ПРОЦЕССАХ ЭЛЕКТРОСЛАБОГО ЛЕПТОН-НУКЛЕОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА ОСНОВЕ МЕТОДА РЕНОРМАЛИЗАЦИОННОЙ ГРУППЫ

Multiphoton radiation in process of electroweak interaction of polarized leptons and nucleons is calculated in framework of renormalization group method. Lorentz-invariant cross section at next to leading logarithm approximation is obtained and analyzed. It is discovered to be necessary to include the hard photon emission radiative effects for precision analysis of cross sections and polarized asymmetries measurements.

В физике элементарных частиц для эффективной обработки и интерпретации результатов экспериментов необходимы компактные выражения измеряемых величин, адекватно описывающие процессы рассеяния. Для реализации такого подхода, направленного на ускорение и оптимизацию про-

цесса анализа информации и получение удобных для аналитических исследований формул сечений с учетом эффектов высшего порядка (радиационных эффектов), важное значение имеет использование метода ведущих логарифмов.

Представление дифференциального сечения рассеяния с учетом радиационных эффектов (РЭ) в виде факторизующейся перед борновским сечением поправки

$$d\sigma = d\sigma_0(1 + \delta), \quad (1)$$

справедливое в низшем порядке теории возмущений при учете фейнмановских диаграмм с дополнительным виртуальным фотоном и мягкого многофотонного излучения, не отражает динамики процесса в случае излучения жестких фотонов. Вследствие этого выражение (1) не обеспечивает достаточной точности. Так происходит и тогда, когда с увеличением энергии взаимодействия растет вероятность излучения жесткого фотона начальными частицами. Возрастающая точность экспериментов, для адекватного описания которых недостаточно учета радиационных поправок (РП) в низшем порядке теории возмущений, требует рассмотрения излучения многих фотонов, как низкоэнергетических, так и жестких.

В связи с этим создание методов получения выражений дифференциальных сечений и асимметрий в приближении ведущих логарифмов, как и суммирование вкладов основных эффектов высшего порядка, обусловленных электрослабым взаимодействием (электрослабых поправок), представляет значительный интерес для физики глубоконеупругого взаимодействия. Отметим также, что, поскольку на основе формул, полученных в рамках главного логарифмического приближения, может быть создана наиболее быстродействующая процедура компьютерной обработки экспериментальных данных, изучение и выделение участков кинематической области, где их предсказания хорошо согласуются с результатами соответствующих точных расчетов, имеет большое практическое значение.

Уже в первых классических расчетах РП к борновскому сечению рассеяния частиц на кулоновском потенциале [1] отмечалось присутствие в дифференциальном сечении $d\sigma \sim \alpha^3$ нефизической расходимости в том случае, когда потеря энергии рассеиваемым электроном стремится к нулю. Для устранения этой расходимости была предложена процедура экспоненцирования, заключающаяся в замене $d\sigma$ на $d\sigma_0 e^\delta$ (δ определяется соотношением (1)). Позднее было показано [2–5], что такая методика применима лишь к инфракрасно расходящейся части радиационной поправки. Учет мягкого многофотонного излучения в процессах неупругого рассеяния лептонов нуклонами, в известной мере аналогичный предложенному в работах [2, 3], был сформулирован в ковариантной форме [6] для взаимодействия неполяризованных частиц. Вклад излучения реальных фотонов в РП низшего порядка к непрерывному спектру фотонов рассматривается как сумма радиационных вкладов от рождения дискретных адронных состояний с массой M_X , изменяющейся в пределах

$$M + m_\pi \leq M_X \leq \sqrt{W^2},$$

где $M(m_\pi)$ – масса нуклона (пиона), $W^2 = -W^2 - (p_1 + k_1 - k_2)^2$, $k_1(k_2)$ – 4-импульсы начального (конечного) лептона, p_1 – 4-импульс начального нуклона. Вклад в эту сумму (интеграл) от состояний с $M_X \approx W^2$ и определяет излучение мягких фотонов.

Получим ковариантные выражения поправки на излучение многих мягких фотонов в случае глубоконеупругого рассеяния поляризованных лептонов на поляризованных нуклонах, исходя из выражения сечения радиационного хвоста от дискретного адронного состояния:

$$d\sigma_{\text{exp}}^a(k_1, k_2) = \left(\frac{v_1 v_2}{1 + v_2}\right)^{tr} d\tilde{\sigma}_R^a(k_1, k_2). \quad (2)$$

Здесь $tr = \frac{\alpha}{\pi} (\ln \frac{Q^2}{m^2} - 1)$, $Q = k_1 - k_2$, $v_1 = \frac{v}{X'}$, $v_2 = \frac{v}{S'}$, $v = S_X - Q^2$, $S' = S + M^2 - W^2$, $X' = S - Q^2$, $S_X = S - X$, $X = -2(p_1 k_2)$, $S = -2(p_1 k_1)$ m – масса лептона. Сечение $d\tilde{\sigma}_R^a$ является модификацией вклада излучения реальных фотонов сплошного спектра в лептон-нуклонном глубоконеупругом рассеянии поляризованных частиц [7–9], полученной в пределе $M_X \rightarrow M_a$.

Интегрирование $d\sigma_{\text{exp}}^a$ по $M_a^2 \equiv M_X^2$ дает сечение глубоконеупругого рассеяния с учетом вклада мягкого многофотонного излучения во всех порядках теории возмущений

$$d\sigma_{\text{exp}} = N \frac{\alpha}{\pi} \int_{\bar{M}_X^2}^{W^2} dM_X^2 F \left(\frac{v_1 v_2}{X_2}\right)^{tr} \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} \frac{dt}{t^2} [R^u(M_X^2, t) + R^p(M_X^2, t)], \quad (3)$$

где $F = 1 + \delta_{VR} + \delta^{\text{inf}}$, $N = \frac{2\alpha}{\sqrt{\lambda_s}}$, $\lambda_s = S^2 - 4m^2 M^2$, $R^{u,p}$ соответствуют вкладу, усредненной части по спину и поляризационной части сечения;

$$\delta_{VR} = \frac{d\sigma_V(k_1, k_2) + d\sigma_R^{IR}(k_1, k_2)}{d\sigma_0(k_1, k_2)},$$

где $d\sigma_0$ – дифференциальное сечение, полученное в низшем порядке теории возмущений, $d\sigma_V(k_1, k_2)$ – вклад в дифференциальное сечение диаграмм Фейнмана с дополнительным виртуальным фотоном, $d\sigma_R^{IR}(k_1, k_2)$ – инфракрасно расходящаяся часть сечения излучения дополнительного реального фотона;

$$\delta^{\text{inf}} = \left(\ln \frac{Q^2}{m^2} - 1 \right) \ln \frac{v_{\max}^2}{S' X'},$$

где $v_{\max}^2 = W^2 - \bar{M}_X^2$, $\bar{M}_X^2 = M + m_\pi$.

Наиболее просто дифференциальное сечение (3) выглядит в приближении пиков:

$$d\sigma_{\text{exp}}(k_1, k_2) = \int_{\bar{M}_X^2}^{W^2} \frac{dM_X^2}{v} F \left(\frac{v_1 v_2}{X_2}\right)^{tr} [t_1 d\sigma_0^u(k'_1, k_2) + t'_1 d\sigma_0^p(k'_1, k_2) + X_2 t_2 d\sigma_0(k_1, k'_2)],$$

где $k'_{1,2} = k_{1,2} X_{1,2}$, $X_1 = 1 - v_1$, $X_1 = 1 + v_2$.

Выполненное нами исследование поправки, обусловленной излучением многих мягких фотонов электрослабого взаимодействия поляризованных лептонов с поляризованными нуклонами, обнаружило, что, как и в случае рассеяния неполяризованных фермионов, учет излучения многих мягких фотонов изменяет величину РП к сечениям в пределах 1 %. Поскольку мягкие фотоны нечувствительны к спиновой структуре взаимодействия, раз-

ность $D_i = \delta_i^{\text{exp}} - \delta_i$ ($\delta_i, \delta_i^{\text{exp}}$ – РП без и с учетом мягкого многофотонного излучения соответственно) одинакова для поправок к сечению рассеяния поляризованных и неполяризованных частиц, а также для поправок к асимметриям. $|D_i|$ медленно возрастает с энергией взаимодействия, практически не зависит от $Q^2 = (k_1 - k_2)^2$ и превосходит однопроцентный порог в области наименьших и наибольших значений W^2 . Так, в случае $W^2 = 4 \text{ ГэВ}^2$ значение $|D_i|$ увеличивается от $\sim 1,5 \%$ при $E = 200 \text{ ГэВ}$ до $|D_i| \cong 4 \%$ при $E = 1 \text{ ТэВ}$. С приближением к пороговой величине W_{min}^2 значение $|D_i|$ быстро возрастает. Что касается поправки к продольной поляризационной асимметрии, то в связи с тем, что значения $|D_i|$, вычисленные на основе усредненного по спину сечения и к поляризационной части, близки, экспоненцирование изменяет величину асимметрии незначительно ($|\delta_A^{\text{exp}} - \delta_A^{\text{ll}}| < 1 \%$).

В силу малости поправки, учитывающей мягкое многофотонное излучение, определяющим является эффект излучения многих жестких фотонов [8, 9]. Эти радиационные эффекты (РЭ) вносят поправку, не факторизующуюся перед борновским сечением, и, следовательно, могут значительно изменить сечение глубоконеупругого рассеяния в области минимальных x и $y \rightarrow 1$ (x, y – скейлинговые переменные). В поляризационных асимметриях такое изменение может быть существенным, хотя и в более узкой (по сравнению с дифференциальным сечением) кинематической области. Наибольший вклад в РП вносят фотоны, угол вылета которых мал по отношению к импульсу заряженной частицы. Главный вклад петлевых поправок, пропорциональный

$L = \ln \frac{Q^2}{m_l^2}$, связан также с кинематической областью, где виртуальный фотон излучается под малым углом к импульсу заряженного фермиона. Приведенные аргументы стали основой (первоначально в квантовой хромодинамике) представления дифференциального сечения процесса с учетом РЭ во всех порядках теории возмущений в приближении ведущих логарифмов в виде сечения, подобного сечению процесса Дрелла – Яна:

$$\frac{d\sigma}{dQ^2 dy} = \int_x^1 \frac{dx}{x} \frac{D(x, \beta) D(y/x, \beta)}{(1 - \Pi(x, Q^2))^2} \frac{d\sigma_0(x)}{dQ^2}, \quad (4)$$

где $\frac{d\sigma_0(x)}{dQ^2}$ – дифференциальное сечение упругого рассеяния в борновском приближении, результирующая вероятность излучения фотона, переносящего пропорциональную x часть энергии лептона, определяется функцией D , а

$$\beta = \frac{2\alpha}{\pi} \left[\ln \frac{Q^2}{m_l^2} - 1 \right].$$

Причем одна из функций D характеризует вероятность нахождения электрона с долей энергии x в начальном электроны, а вторая – с долей энергии y/x в рассеянном электроны. Функция $D(x, \beta)$ является решением системы уравнений ренормализационной группы для матричных элементов, известных в квантовой хромодинамике как уравнение Алтарелли – Паризи [10, 11].

Приближенное их решение для функции D имеет вид:

$$D(x, \beta) = \frac{\beta}{2} \left(1 + \frac{3}{8} \beta \right) (1-x)^{\beta-1} - \frac{\beta}{4} (1+x),$$

$$\int D(x, \beta) dx = 1.$$

Использование соотношения (4) является обобщением метода экспонирования, позволяющего учесть мягкое многофотонное излучение, и справедливо для всего спектра излучаемых фотонов с достаточной степенью точности, соответствующей приближению ведущих логарифмов.

Для повышения точности исследуемого приближения в подынтегральное выражение соотношения (4) вводится так называемый K -фактор:

$$K = 1 + \frac{\alpha}{\pi} k,$$

где K имеет конечное значение в киральном пределе.

Введение K -фактора соответствует выходу за рамки приближения ведущих логарифмов, в результате чего в дифференциальном сечении процесс наряду с лидирующими вкладами, пропорциональными β^n , присутствующие также слагаемые $\sim \frac{\alpha}{\pi} \beta^n$.

В случае рассеяния продольно-поляризованного электрона со степенью поляризации ξ дифференциальное сечение ep -рассеяния имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dQ^2 dy} = & \frac{1+\xi}{2} \int_y^1 \frac{dx}{x} D_+(x, \beta) D(y/x, \beta) \frac{d\sigma_0^+(x)}{dQ^2} K^+ + \\ & + \frac{1-\xi}{2} \int_y^1 \frac{dx}{x} D_-(x, \beta) D(y/x, \beta) \frac{d\sigma_0^-(x)}{dQ^2} K^-. \end{aligned} \quad (5)$$

Структурные функции $D_{\pm}$ представляют вероятность нахождения электрона с спиральностью ± 1 в начальном электроде, обладающем спиральностью $+1$:

$$D_+ = D - D_-,$$

$$D_-(x, \beta) = \frac{\beta^2}{48x} (1-x)^3.$$

Поскольку для ускорителей, действующих в настоящее время, β не превосходит величины 0,2, а $D \sim \beta^2$, то учет K -фактора во втором слагаемом сечения (5) является превышением точности. K -фактор первого слагаемого удобно представить в виде суммы отдельных нелидирующих членов вида $(\alpha/\pi)\beta^n$:

$$K^+ = 1 + \frac{\alpha}{\pi} k^+, \quad (6)$$

где

$$k^+ = k^{\text{soft}} + k^{\text{hard}} + k^{\text{virt}} + k^{\text{box}} + k^{\omega}. \quad (7)$$

Отдельные слагаемые выражения (7) – части РП, связанные с учетом излучения мягких реальных фотонов, жестких фотонов, дополнительных виртуальных фотонов, бокс-диаграмм и диаграмм с обменом массивным слабым бозоном.

Численный расчет и анализ, выполненные при энергии рассеиваемых электронов 20–30 ГэВ и мюонов 1–2 ТэВ, обнаружили, что K -фактор является плавно меняющейся функцией всех кинематических переменных глуконного боконепругого рассеяния. Так, при $E=30$ ГэВ и углах рассеяния в лабораторной системе координат до 10° величина k^+ достигает значения 1,2 и возрастает до 5,1 при $\theta \rightarrow \pi/2$; k^+ возрастает также при увеличении энергии рассеиваемых лептонов вплоть до значений ~ 10 –20 при достижении энергии

1–2 ТэВ, что приводит к РП в сечении процесса, не превосходящей несколько процентов.

Таким образом, использование аппарата ренормализационной группы позволяет с высокой точностью вычислить радиационную поправку, обусловленную многофотонным излучением, как мягким, так и жестким, тем самым более полно учесть радиационные эффекты в процессах взаимодействия элементарных частиц, в том числе поляризованных.

1. Schwinger J. // Phys. Rev. 1949. Vol. 76. P. 790.
2. Mo L. W., Tsai Y. S. // Rev. Mod. Phys. 1969. Vol. 41. P. 205.
3. Tsai Y. S. Radiative corrections to electron scattering. SLAC: PUB-848. Stanford, 1971.
4. Yennie D. R., Frautschi S. C., Suura H. // Ann. Phys. 1961. Vol. 13. P. 379.
5. Yennie D. R., Suura H. // Phys. Rev. 1957. Vol. 105. P. 1378.
6. Шумейко Н. М. // ЯФ. 1979. Т. 29. С. 1571.
7. Kukhto (Shishkina) T. V., Shumeiko N. M. // Nucl. Phys. 1983. Vol. B129. P. 419.
8. Kukhto (Shishkina) T. V., Panov S. N., Kuraev E. A., Sazonov A. A. // Nucl. Phys. (Proc. Suppl.). 1992. Vol. A29. P. 123.
9. Kukhto (Shishkina) T. V., Panov S. N., Kuraev E. A., Sazonov A. A. The scattering of electron on the quark and nucleon in the case of polarized particles. JINR E2-92-556. Dubna, 1992.
10. Altarelli G., Parizi G. // Nucl. Phys. 1977. Vol. B126. P. 298.
11. Altarelli G. // Phys. Rev. 1982. Vol. B81. P. 1.

Поступила в редакцию 30.12.2003.

Татьяна Викентьевна Шишкина – доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики.

УДК 537.311.33:669.76

А. В. ДЕМИДЧИК, В. Г. ШЕПЕЛЕВИЧ

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА БЫСТРОЗАТВЕРДЕВШЕЙ ФОЛЬГИ ТРОЙНЫХ СПЛАВОВ НА ОСНОВЕ СИСТЕМЫ ВИСМУТ – СУРЬМА И ЕЕ СТАБИЛЬНОСТЬ ПРИ ОТЖИГЕ

The electrical properties of bismuth-antimony system alloyed by In, Ga, S, Te in the temperature interval 77–220 K are presented. It is established that alloys Bi – Sb – In and Bi – Sb – Ga are low-temperature semiconductors of *p*-type, but Bi – Sb – Te and Bi – Sb – S are low-temperature semiconductors of *n*-type.

Сплавы висмут – сурьма, содержащие 8–12 ат. % Sb, относятся к термоэлектрическим материалам, электрические свойства которых существенно зависят как от содержания в них сурьмы, так и от концентрации дополнительных легирующих элементов [1]. Сверхбыстрая закалка из расплава, благодаря которой была получена быстрозатвердевшая фольга, позволяет повысить растворимость легирующих элементов и добиться однородного распределения компонентов в сплаве [2]. В последнее время актуальным является поиск материалов, которые можно использовать в качестве *p*-ветви для термоэлектрических устройств, в частности материалов на основе бинарной системы Bi – Sb. В литературе имеются противоречивые данные о влиянии легирования третьим компонентом на свойства сплава [3, 4]. Поэтому актуальным является исследование влияния легирующих элементов различных групп периодической системы на электрические свойства указанных сплавов, а также стабильности этих свойств при термической обработке фольги.