

ИНТЕГРАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ТОНКИХ ПРОВОДНИКОВ С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОКРЫТИЕМ

The generalization of Pocklington's integral equation for thin-wire structures of arbitrary geometry with dielectric coating is offered in the paper. The deduction of integral equation is given. The examples of comparison of calculation results with the known experimental data are given.

Тонкопроволочные структуры с диэлектрическим покрытием находят широкое применение в антенной технике. Покрытие может использоваться для улучшения параметров антенн, решения вопросов, связанных с электрической прочностью, для изоляции, когда недопустим контакт проводников с окружающей средой. Задача изучения влияния диэлектрического покрытия на электродинамические свойства характерна также для сеточных рефлекторов.

Одним из методов анализа подобных структур является использование интегральных или интегродифференциальных уравнений для тока в проводниках. К примеру, в [1] рассмотрено решение задачи возбуждения тонкопроволочных антенн с диэлектрическим покрытием на основе интегрального уравнения типа Харрингтона, в [2] – на основе уравнения Халлена для прямолинейных проводников.

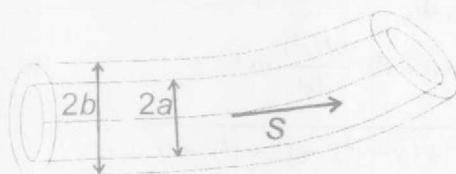


Рис. 1. Сегмент криволинейного проводника в диэлектрической оболочке

Рассмотрим решение данной задачи для тонких проводников с плавно меняющейся криволинейной геометрией на основе интегрального уравнения (ИУ) Поклингтона в рамках квазистатического приближения. При выводе ИУ удобно пользоваться криволинейной цилиндрической системой координат (рис. 1).

Криволинейный проводник радиуса a длиной L покрыт слоем диэлектрика толщиной $b-a$ с диэлектрической проницаемостью ϵ_a .

Напряженность поля, создаваемого проводником, будет определяться как $E=E_1+E_2$, где E_1 – поле, определяемое поверхностными токами и зарядами проводника, E_2 – поле, обусловленное поляризационными токами и зарядами диэлектрического покрытия.

Введя упрощающее предположение $a \ll \lambda$, где λ – длина волны электромагнитного поля, можно пренебречь азимутальной составляющей поверхностного тока и считать ток распределенным по оси проводника. При таком допущении получим известное выражение касательной составляющей поля E_1 на поверхности проводника [1]:

$$E_{1\tau} = \frac{1}{i\omega\epsilon_0 L} \int I(s') \left[k^2 s s' - \frac{\partial^2}{\partial s \partial s'} \right] G(s, s') ds', \quad (1)$$

$$G(s, s') = e^{-ikr} / 4\pi r, \quad r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2 + a^2},$$

где s, s' – единичные векторы точек источника и наблюдения, x, y, z, x', y', z' – их координаты, k – волновое число.

Напряженность поля E_2 определяется как

$$E_2 = -i\omega A_2 - \nabla \Phi_2, \quad (2)$$

где A_2 и Φ_2 – векторный и скалярный потенциалы, обусловленные поляризационными токами и зарядами.

Ток поляризации простым образом связан с нормальной компонентой электрического поля на поверхности проводника, т. е. с зарядом. В свою очередь продольная составляющая электрического тока связана с зарядом уравнением непрерывности. В итоге в рамках квазистатического приближения ток поляризации определится как

$$J_p = -\frac{\epsilon_a - \epsilon_0}{\epsilon_a} \frac{\partial I(s^t)}{2\pi a \partial s^t}. \quad (3)$$

Следовательно, A_2 будет иметь вид:

$$A_2 = \frac{\mu_0}{\epsilon_0} (\epsilon_a - \epsilon_0) (b-a) \int_L G(s, s^t) \frac{\partial I(s^t)}{\partial s^t} \mathbf{n} ds^t, \quad (4)$$

где \mathbf{n} – единичный вектор нормали к поверхности проводника.

Выражение (4) получено из предположения, что поляризационный ток не меняется в направлении, перпендикулярном поверхности проводника.

Скалярный потенциал Φ_2 определяется поверхностной плотностью поляризационных зарядов σ_{p1} и σ_{p2} на границах диэлектрика $r=a$ и $r=b$. Величины σ_{p1} и σ_{p2} связаны с нормальной составляющей вектора поляризации и, следовательно, можно показать, что

$$\sigma_{p1} = \frac{\epsilon_a - \epsilon_0}{i\omega \epsilon_a} \frac{\partial I(s)}{2\pi a \partial s}, \quad \sigma_{p2} = \frac{\epsilon_a - \epsilon_0}{i\omega \epsilon_a} \frac{\partial I(s)}{2\pi b \partial s}. \quad (5)$$

Используя (5), получим выражение для Φ_2 :

$$\Phi_2 = \frac{\epsilon_a - \epsilon_0}{i\omega \epsilon_a \epsilon_0} \int_L (G(s, s^t) - \tilde{G}(s, s^t)) \frac{\partial I(s^t)}{\partial s^t} ds^t, \quad (6)$$

$$\tilde{G}(s, s^t) = \frac{e^{-ikr}}{4\pi \tilde{r}}, \quad \tilde{r} = \sqrt{(x-x^t)^2 + (y-y^t)^2 + (z-z^t)^2 + b^2}.$$

Тангенциальная составляющая поля E_2 на поверхности проводника определится как

$$E_{2\tau} = E_{2s} = -i\omega A_2 s - \frac{\partial \Phi_2}{\partial s} = \frac{k^2 (\epsilon_a - \epsilon_0)}{i\omega \epsilon_0 \epsilon_a} (b-a) \int_L G(s, s^t) \frac{\partial I(s^t)}{\partial s^t} ns^t ds^t + \frac{\epsilon_a - \epsilon_0}{i\omega \epsilon_0 \epsilon_a} \int_L I(s^t) \frac{\partial^2 (G(s, s^t) - \tilde{G}(s, s^t))}{\partial s \partial s^t} ds^t. \quad (7)$$

Выражение, описывающее тангенциальную составляющую суммарного поля, будет иметь вид:

$$E_\tau = \frac{1}{i\omega \epsilon_0} \int_L I(s^t) \left[k^2 ss^t - \frac{\partial^2}{\partial s \partial s^t} \right] G(s, s^t) ds^t + \frac{k^2 (\epsilon_a - \epsilon_0) (b-a)}{i\omega \epsilon_0 \epsilon_a} \int_L G(s, s^t) \frac{\partial I(s^t)}{\partial s^t} ns^t ds^t + \frac{\epsilon_a - \epsilon_0}{i\omega \epsilon_0 \epsilon_a} \int_L I(s^t) \frac{\partial^2 (G(s, s^t) - \tilde{G}(s, s^t))}{\partial s \partial s^t} ds^t. \quad (8)$$

Анализ показывает, что влияние второго слагаемого в (8) несущественно и им можно пренебречь. С учетом этого, воспользовавшись граничным условием на поверхности идеального проводника, получим ИУ типа уравнения Поклингтона:

$$E_\tau^i = -\frac{1}{i\omega \epsilon_0} \int_L \left[k^2 G(s, s^t) ss^t - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_a} \frac{\partial^2 G(s, s^t)}{\partial s \partial s^t} - \frac{\epsilon_a - \epsilon_0}{\epsilon_a} \frac{\partial^2 \tilde{G}(s, s^t)}{\partial s \partial s^t} \right] I(s^t) ds^t, \quad (9)$$

где E_τ^i – касательная составляющая поля источника возбуждения.

Решение уравнения (9) проводилось по методике, изложенной в [4] с выбором кусочно-постоянных в качестве базисных и δ -функций в качестве весовых. Как источник возбуждения может быть использовано поле падающей плоской волны (задача рассеяния) либо поле раскрыва коаксиальной линии, либо поле источника в виде δ -функции. По известному токораспределению рассчитывались характеристики излучения и рассеяния в дальней зоне.

Тестирование проводилось путем сравнения результатов расчета входной проводимости вибратора с диэлектрическим покрытием с аналогичными экспериментальными данными [5]. На рис. 2 показана зависимость активной G и реактивной B частей входной проводимости от отношения длины плеча вибратора к длине волны l/λ . Радиус вибратора $a/\lambda=0,006$, толщина покрытия $d=b-a=0,006\lambda$. Кривые 1 и 2 соответствуют расчетным и экспериментальным значениям G , кривые 3 и 4 – расчетным и экспериментальным значениям B . На рис. 2а приведены данные для вибратора, относительная диэлектрическая проницаемость покрытия которого $\epsilon_r=9$, на рис. 2б – для случая $\epsilon_r=3,2$. Полученные данные подтверждают известный результат: наличие диэлектрического покрытия приводит к смещению кривых входных характеристик в область низких частот.

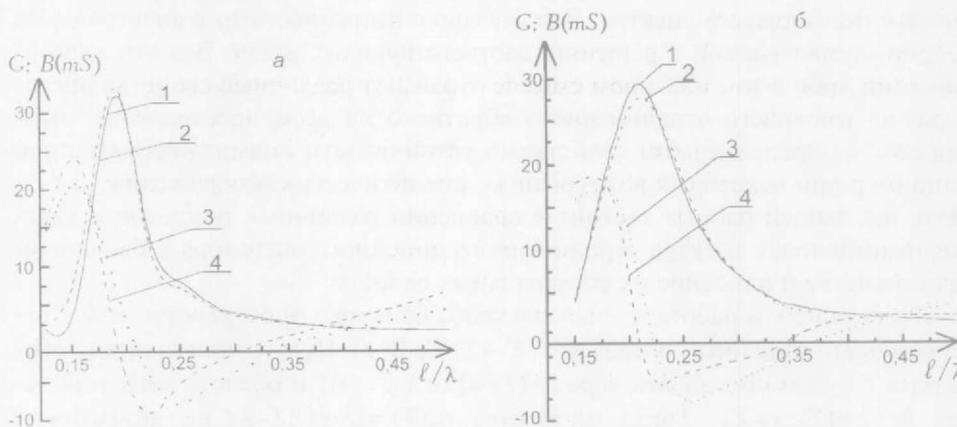


Рис. 2. Расчетная и экспериментальная входная проводимость вибраторной антенны с диэлектрическим покрытием

В целом результаты расчета характеристик излучения и рассеяния тонкопроводочных структур с диэлектрическим покрытием по предложенной методике хорошо совпадают с экспериментальными данными для толщины покрытия, сравнимой с радиусом проводника и относительной диэлектрической проницаемостью, отличающейся от единицы не более чем на порядок.

1. Mei K. K. // IEEE Trans. 1965. AP-13. № 5. P. 374.
2. Popovic B. D., Djordjevic A. R., Kircanski N. M. // The Radio and Electronic Engineer. Vol. 51. № 3. P. 141.
3. Моторин А. В. // Электромагнитные волны @ электронные системы. 1997. Т. 2. № 2. С. 38.
4. Демидчик В. И., Рунов А. В., Калашников Н. В. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1983. Т. 26. № 3. С. 82.
5. Lamensdorf D. // IEEE Trans. 1967. AP-15. № 6. P. 767.

Поступила в редакцию 18.09.2000.