4. Степанова Т.С. // Еругинские чтения – V: Тез. докл. междунар. мат. конф. Могилев. 1998. С. 27.
5. Голубев В.В. Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений. М.-Л., 1950.
6. Айнс Э.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Харьков, 1939.

УДК 512. 542

АЛЬ-ДАБАБСЕХ АВНИ ФАЙЕЗ (Иордания)

О ПОДФОРМАЦИИ ФРАТТИНЫ ФОРМАЦИЙ КОНЕЧНЫХ n-АРНЫХ ГРУПП

It is proved that if $\mathcal{F}$ is a formation of finite n-ary groups and $G\in\mathcal{F}$ then $G/\mathrm{soc}(G)$ belorgs to every maximal subformation of $\mathcal{F}$ where soc(G) is the soc(G) congruence on G (i. e. soc(G) is the prodcut of all minimal congruence of G).

Все рассматриваемые нами n-арные группы предполагаются конечными. Используется терминология, принятая в [1].

Напомним, что класс n-арных групп $\mathcal{F}$ называется формацией [2], если выполняются следующие условия:

1) для любой n-арной группы $G\in\mathcal{F}$ и для любой конгруэнции π на G фактор-группа $G/\pi\in\mathcal{F}$;

2) из $H/\pi_1\in\mathcal{F}$, $H/\pi_2\in\mathcal{F}$ всегда следует $H/\pi_1\cap\pi_2\in\mathcal{F}$.

В дальнейшем τ обозначает некоторый подсистемный функтор на классе конечных n-арных групп (см. [3], с. 34). Формация n-арных групп $\mathcal{F}$ называется τ-замкнутой, если $\tau(G)\subset\mathcal{F}$ для любой n-арной группы $G\in\mathcal{F}$. Пересечение всех тех τ-замкнутых формаций n-арных групп, которые содержат данную совокупность n-арных групп $\mathfrak{X}$ обозначается через $\tau\mathrm{form}\,\mathfrak{X}$. Такая формация называется τ-замкнутой формацией, порожденной $\mathfrak{X}$.

Пусть $\mathfrak{M}$ и $\mathcal{F}$ – τ-замкнутые формации n-арных групп, где $\mathfrak{M}\subseteq\mathcal{F}$. Тогда $\mathfrak{M}$ называют максимальной τ-замкнутой подформацией в $\mathcal{F}$, если $\mathfrak{M}\subset\mathcal{F}$ и не существует такой τ-замкнутой формации ξ, что $\mathfrak{M}\subset\xi\subset\mathcal{F}$. Пересечение всех максимальных τ-замкнутых подформаций формации $\mathcal{F}$ обозначается через $\Phi_\tau(\mathcal{F})$, и такая формация называется τ-подформацией Фраттины формации $\mathcal{F}$ ($\Phi_\tau(\mathcal{F})=\mathcal{F}$, если в $\mathcal{F}$ нет максимальных τ-замкнутых подформаций).

Целью данной статьи является изучение τ-подформаций Фраттины формаций n-арных групп.

Напомним, что символом soc(G) обозначается произведение всех минимальных конгруэнций n-арной группы G[2].

Теорема 1. Пусть G – неединичная n-арная группа, принадлежащая τ-замкнутой формации $\mathcal{F}$. Тогда

$$G/\mathrm{soc}(G)\in\Phi_\tau(\mathcal{F}).$$

Следствие 1 (Ковач и Ньюмен [4]). Монолит конечной монолитической группы является вербальной подгруппой.

Следствие 2 (Херцфелд [5]). Пусть группа G принадлежит формации групп $\mathcal{F}$. Тогда $G/\mathrm{soc}(G)$ принадлежит каждой максимальной подформации из $\mathcal{F}$.

Следствие 3 (Скиба [6]). Пусть G – неединичная группа, принадлежащая τ-замкнутой формации групп $\mathcal{F}$. Тогда $G/\mathrm{soc}(G)\in\Phi_\tau(\mathcal{F})$.

Следствие 4. Пусть n-арная группа G является прямым произведением некоторого числа простых n-арных групп. Тогда $\Phi(\mathrm{form}\ G) = (1)$ – класс одноэлементных n-арных групп.

Дадим теперь общую характеристику для τ-подформаций Фраттини.

Пусть $\mathcal{F}$ – τ-замкнутая формация n-арных групп, $G \in \mathcal{F}$. Будем говорить, следуя [3], что G является τ-необразующей для $\mathcal{F}$ n-арной группой, если всегда из $\mathcal{F} = \tau\mathrm{form}\,(\mathcal{X} \cup \{G\})$ следует, что $\mathcal{F} = \tau\mathrm{form}\mathcal{X}$.

Теорема 2. Пусть $\mathcal{F} \neq (1)$ – непустая τ-замкнутая формация n-арных групп. Тогда $\Phi_\tau(\mathcal{F})$ состоит из всех τ-необразующих для $\mathcal{F}$ n-арных групп.

Следствие 5 (Скиба [3], Херцфелд [5]). Пусть $\mathcal{F}$ – формация групп. Тогда ее подформация Фраттини $\Phi(\mathcal{F})$ состоит из всех необразующих для $\mathcal{F}$ групп.

Следствие 6 (Скиба [3]). Пусть $\mathcal{F}$ – τ-замкнутая формация. Тогда $\Phi_\tau(\mathcal{F})$ состоит из всех τ-необразующих для $\mathcal{F}$ групп.

Теорема 3. Пусть $\mathcal{F} \neq (1)$ – непустая τ-замкнутая формация n-арных групп. Тогда если $\mathfrak{M}$ – τ-замкнутая подформация формации $\mathcal{F}$, то $\Phi_\tau(\mathfrak{M}) \subseteq \Phi_\tau(\mathcal{F})$.

Следствие 7 (Скиба [3]). Пусть $\mathcal{F} \neq (1)$ – τ-замкнутая формация. Тогда если $\mathfrak{M}$ – τ-замкнутая подформация формации $\mathcal{F}$, то $\Phi_\tau(\mathfrak{M}) \subseteq \Phi_\tau(\mathcal{F})$.

Отметим, что при доказательстве теорем 2, 3 мы использовали тот установленный нами факт, что решетка всех τ-замкнутых формациях n-арных групп модулярна.

1. Русаков С.А. Алгебраические n-арные системы. Мн., 1992.
2. Шеметков Л.А., Скиба А.Н. Формации алгебраических систем. М., 1989.
3. Скиба А.Н. Алгебра формаций. Мн., 1997.
4. Kovacs L.C., Newman M.F // Proc. Cambridge Phil. Soc. 64(1966). P.347.
5. Herzfeld U.C. // Boll. Un. Mat. Ital. B(7). 1988. P.601.
6. Скиба А.Н. //Докл. АН БССР. 1979. Т. 23. №12. С.1073.

Поступила в редакцию 30.09.99.

УДК 591.8

В.М.КОТОВ

ОДНА ЗАДАЧА ТЕОРИИ РАСПИСАНИЙ

We consider the parallel machine scheduling problem with release and delivery time. For this problem we present a greedy algorithm which complexity is $O(n \bullet \log_2 n)$ and worst-case performance is 2.

Пусть имеется m одинаковых станков, на которых необходимо обработать n деталей. Для каждой детали i (i=1,..., n) определены три параметра:

$r(i)$ – время задержки,

$p(i)$ – время обработки детали на станке,

$d(i)$ – время доставки детали на склад после обработки.

Здесь $r(i)$ означает самый ранний момент времени, когда может быть начата обработка детали i на станке. При этом станок не может обрабатывать несколько деталей одновременно. Задача состоит в определении такой последовательности обработки, при которой все детали окажутся на складе через минимальное время.