ГОСУДАРСТВЕННОЕ НАУЧНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ИМЕНИ Б.И. СТЕПАНОВА
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ»

УДК 530.145:519.22+531.19

ЗУНГ
Ван Лы

ОПЕРАТОРНЫЙ МЕТОД В ПРОБЛЕМАХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НЕРЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ С КВАНТОВЫМИ ПОЛЯМИ

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.04.02 – теоретическая физика

Минск, 2016

Работа выполнена в Белорусском государственном университете.

Научный руководитель – **Феранчук Илья Давыдович**,
доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой
теоретической физики и астрофизики
Белорусского государственного университета.

Официальные оппоненты: **Шалыт-Марголин Александр Эммануилович**,
доктор физико-математических наук,
главный научный сотрудник НИУ «Институт ядерных проблем» Белорусского государственного университета;

Кудряшов Владимир Викторович,
кандидат физико-математических наук,
заместитель заведующего лабораторией
теоретической физики ГНУ «Институт физики имени Б.И.Степанова НАН Беларуси».

Оппонирующая организация – УО «Белорусский государственный технологический университет».

Защита состоится «25» января 2017 года в 16.30 на заседании совета по защите диссертаций Д 01.05.02 при ГНУ "Институт физики имени Б.И. Степанова Национальной академии наук Беларуси" по адресу: 220072, Минск, пр. Независимости, 68, тел. 284-15-59.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института физики имени Б.И. Степанова НАН Беларуси.

Автореферат разослан « 23 » декабря 2016 г.

Ученый секретарь совета
по защите диссертаций
кандидат физико-математических наук Ю.П. Выблый

ВВЕДЕНИЕ

Проблемы описания взаимодействия частицы с квантовыми полями возникают во многих прикладных задачах теоретической физики. В качестве примеров здесь можно привести теорию радиационных переходов в атомно-молекулярных системах, обусловленных взаимодействием электрона с вакуумным электромагнитным полем; задачи о взаимодействии носителей заряда с элементарными возбуждениями ионной подсистемы кристалла (оптическими или акустическими фононами) в теории твердого тела; о взаимодействии атомов с резонансным электромагнитным полем в квантовой оптике; об описании движения частиц в квантовой теории поля, и ряде других задач.

Наиболее простой подход к решению таких проблем основан на использовании теории возмущений (ТВ) по константе взаимодействия g частицы с квантовым полем. Однако рассматриваемые системы содержат бесконечное число степеней свободы, связанных с полевыми переменными и использование ТВ в таких задачах приводит к хорошо известным проблемам: в большинстве случаев ряды ТВ либо являются асимптотическими, то есть не позволяют находить решение в области $g \sim 1$, либо содержат бесконечные слагаемые. Для перенормируемых теорий эти бесконечные величины включают в значения константы связи или массы частицы, так что результаты вычисления других наблюдаемых характеристик (например, сечений различных процессов) становятся конечными. Однако вопрос о согласованности такой процедуры с основными принципами квантовой теории во многих случаях остается открытым.

В связи с этим остается актуальной разработка непертурбативных методов, которые дают возможность описывать квантовые системы без использования ТВ в широком диапазоне изменения константы связи. При этом предполагается, что для большинства физических проблем расходимость рядов ТВ для квантовой системы определяется не свойствами этой системы, а указывает на необходимость реконструкции рядов для получения аналитического продолжения собственных значений и

собственных функций гамильтониана с выходом за область сходимости первоначальных рядов.

Одним из эффективных подходов в этом направлении оказался операторный метод (ОМ), широкий спектр приложений которого описан в монографии [1)]. Наиболее важными свойствами ОМ являются: 1) достаточно высокая точность нулевого приближения при любых значениях константы связи; 2) быстрая сходимость последующих приближений; 3) универсальный алгоритм применения для систем с произвольным числом степеней свободы.

Напомним, что любые подходы в рамках ТВ основаны на выделении **в операторе Гамильтона** системы гамильтониана нулевого приближения с известным спектром собственных состояний и учете оставшейся части методом последовательных приближений при фиксированном начальном спектре. В то же время ОМ основан на моделировании непосредственно **вектора состояния** системы с помощью набора функций (не обязательно ортогональных), зависящих от совокупности вариационных параметров. В отличие от обычных вариационных методов, эффективных при описании основного состояния, ОМ дает возможность рассчитывать весь спектр состояний квантовых систем. Важно подчеркнуть, что существование сходимости последовательных приближений ОМ возникает при достаточно произвольном выборе модели для набора состояний, однако оптимальная скорость этой сходимости достигается при моделировании начального состояния с учетом физических особенностей системы [1)].

В диссертационной работе поставлена задача определить оптимальный выбор начального состояния при использовании ОМ в проблемах, связанных с описанием взаимодействия нерелятивистской частицы с квантовым полем. Принципиальной особенностью этих проблем является наличие у системы бесконечного числа степеней свободы и связанной с этим расходимостью слагаемых ряда канонической ТВ. Решение поставленной задачи потребовало обобщения ОМ как для вычисления нулевого приближения, так и для расчета поправок более высокого порядка. Это обобщение основано на использовании базиса, соответствующего "физическим" частицам, образованным из исходной ("голой") частицы и связанными с нею

[1)] Non-perturbative description of quantum systems / I. D. Feranchuk [et al.]. – Heidelberg: Springer, 2015 – 362 p.

классическими компонентами квантового поля. Предложенный подход получения равномерно пригодной аппроксимации при вычислении наблюдаемых характеристик апробирован для конкретных систем, представляющих прикладной интерес.

Еще одно направление исследований в диссертации связано с развитием методики вычисления поправок к нулевому приближению как в случае ТВ, так и ОМ. Трудности такого вычисления обусловлены необходимостью расчета сумм по промежуточным переходам системы, соответствующим всему полному набору нулевого приближения. В работе предложен метод вычисления таких сумм при описании взаимодействия атомов с электромагнитным полем с использованием двухчастичных кулоновских функций Грина.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Связь работы с крупными научными программами (проектами), темами

Диссертационное исследование связано с тематикой проблем, разрабатываемых на кафедре теоретической физики и астрофизики Белорусского государственного университета в рамках ГПНИ "Конвергенция" по заданию 2.1.07 “Расчет характеристик когерентных и квантовых эффектов в физике конденсированных сред, теории гравитации и элементарных частиц” (№ гос.рег. 20142214).

Цель и задачи исследования

Целью диссертационной работы является обобщение ОМ для непертурбативного описания взаимодействия нерелятивистской частицы с квантовым полем и применение этого подхода для физических систем, представляющих научный и прикладной интерес. Для достижения этой цели необходимо было решить следующие задачи:

1. рассмотреть оптимальный выбор нулевого приближения ОМ для задачи о взаимодействии нерелятивистской частицы со скалярным квантовым полем и показать, что полученное решение является регулярным во всем интервале изменения константы связи;

2. построить итерационную схему вычисления поправок к нулевому приближению ОМ и показать, что при их вычислении не возникает расходимостей, характерных для канонической ТВ;

3. исследовать трансляционные свойства полученного решения и вычислить перенормированную массу частицы;

4. рассмотреть взаимодействие атомной системы с квантовым электромагнитным полем и построить выражение для полного сечения фотоионизации через двухчастичную кулоновскую функцию Грина;

5. апробировать предложенный метод в задаче о сечении фотоионизации отрицательного иона водорода.

Объектом исследования являются квантовые системы с бесконечным числом степеней свободы.

Предмет исследования – равномерно пригодные и не расходящиеся аппроксимации для расчета наблюдаемых характеристик этих систем в широком диапазоне изменения их параметров.

Научная новизна

В диссертационном исследовании проведено обобщение операторного метода непертурбативного описания стационарных состояний квантовых систем, предложенного в работах И. Д. Феранчука, Л. И. Комарова, А. П. Ульяненкова, на случай систем с бесконечным числом степеней свободы.

В результате проведенного исследования впервые показано, что в проблеме взаимодействия нерелятивистской частицы со скалярным квантовым полем ультрафиолетовая расходимость, характерная для слагаемых ряда ТВ, обусловлена наличием логарифмической особенности в зависимости энергии системы от константы связи частицы с полем. Показано, что использование ОМ в этой задаче позволяет находить энергию системы и эффективную массу частицы без введения феноменологического параметра – импульса обрезания.

Предложен также новый метод вычисления сечения фотоионизации атома с учетом межэлектронных корреляций.

Положения, выносимые на защиту

1. Нулевое приближение операторного метода для энергии и эффективной массы частицы, взаимодействующей со скалярным

квантовым полем, которое является равномерно-пригодным по константе связи.

2. Итерационная схема вычисления последовательных приближений для наблюдаемых характеристик системы, свободная от ультрафиолетовой расходимости.
3. Расчет эффективной массы построенного коллективного возбуждения системы, основанный на его трансляционной инвариантности.
4. Расчет сечения фотоионизации отрицательного иона водорода с учетом межэлектронных корреляций, который позволил улучшить согласие теории с экспериментом.

Личный вклад соискателя ученой степени

Все опубликованные работы [1 – 6] выполнены совместно с научным руководителем, заведующим кафедрой теоретической физики и астрофизики БГУ, доктором физико-математических наук, профессором И.Д.Феранчуком. В них автор активно участвовал в постановке задач и обсуждении результатов, выполнял аналитические и численные расчеты. В работах [2, 5] принимали участие сотрудники Института ядерной физики Макса Планка профессор С.Х.Кайтель и доктор О.Д. Скоромник. Результаты, выносимые на защиту, получены автором лично.

Апробация результатов диссертации и информация об использовании ее результатов

Полученные в результате исследований выводы докладывались на научном семинаре кафедры теоретической физики БГУ, Международной конференции ВИТТ (Минск, 2015 г.), Гомельской Международной школе семинаре (Гомель, 2015 г.), на 3 съезде белорусских физиков (Минск, 2015 г.), конференции молодых ученых (Минск, 2016 г.).

Опубликование результатов диссертации

Основные результаты диссертации опубликованы в 6 научных работах, из которых 3 – статьи в соответствии с п. 18 Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь

(общим объемом 3 авторских листа), 1 – статья в сборнике трудов научной конференции, 2 – тезисы докладов на конференциях.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из перечня используемых обозначений, Введения, общей характеристики работы, четырех глав и заключения и библиографического списка. Полный объем диссертации составляет 95 страниц. Работа содержит 5 рисунков [которые занимают 2 страницы] и 1 таблицу на 84-ой странице; Библиографический список состоит из 112 наименования, включая 6 собственных публикаций автора

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В **первой главе** даны аналитический обзор литературы и краткое описание математического аппарата, который используется в расчетах, выполненных в основной части диссертации: операторный метод решения уравнения Шредингера, операторный метод в теории полярона и регулярная теория возмущений (РТВ) для систем с кулоновским взаимодействием.

Во **второй главе** рассматривается гамильтониан системы, состоящей из нерелятивистской частицы, взаимодействующей с квантовым скалярным полем:

$$H = -\frac{\Delta}{2} + \sum_{\vec{k}} \omega_k a_{\vec{k}}^{+} a_{\vec{k}} + \sum_{\vec{k}} \frac{g}{\sqrt{2\Omega\omega_k}} \left(e^{i\vec{k}\vec{r}} a_{\vec{k}} + e^{-i\vec{k}\vec{r}} a_{\vec{k}}^{+} \right), \omega_k = k = |\vec{k}|. \qquad (1)$$

Здесь выбрана система единиц, в которой m=1, ħ=c=1; g – безразмерная константа связи частицы с полем, Ω – нормировочный объем; $a_k^{+}(a_k)$ – операторы рождения (уничтожения) квантов поля с импульсом $\vec{k}$ и энергией ω_k.

Далее описаны результаты вычисления характеристик системы в рамках ТВ при выборе вакуумного состояния поля ($n_{\vec{k}} = 0$) в качестве нулевого приближения

$$\left| \Psi_{\vec{P},0}^{(0)} \right\rangle = e^{i\vec{P}\vec{r}} |0\rangle \quad E^{(0)}(\vec{P},0) = \frac{P^2}{2}; \quad \vec{P} = \vec{p} + \sum_{k} \vec{k} n_{\vec{k}} = \vec{p}. \qquad (2)$$

Поправка первого порядка к энергии системы равна нулю, а поправка второго порядка связана с однофононными промежуточными состояниями и определяется следующим интегралом:

$$\Sigma(\vec{P}) = E^{(2)}(\vec{P},0) = -\sum_{\vec{k}} \frac{g^2}{2\Omega\omega_k} \frac{1}{k^2/2 - \vec{P}\vec{k} + \omega_k}. \tag{3}$$

Для любого значения полного импульса этот интеграл логарифмически расходится при больших k (ультрафиолетовая расходимость). Перенормированное значение массового оператора возникает при вычитании бесконечной энергии системы с нулевым импульсом $\Sigma_R(\vec{P}) = \Sigma(\vec{P}) - \Sigma(0)$ и является конечным. Это позволяет выполнить перенормировку массы электрона и вычислить его "физическую" массу m^*, рассматривая разложение энергии по импульсу:

$$E^{(0)}(\vec{P},0) + \Sigma_R(\vec{P}) \approx \frac{P^2}{2m^*}. \tag{4}$$

Во втором порядке теории возмущений имеем

$$m^* \approx 1 + \frac{g^2}{6\pi^2};\ g << 1. \tag{5}$$

Таким образом, для данной модели использование ТВ приводит к бесконечной энергии основного состояния системы, если в качестве нулевого приближения рассматривать состояние, соответствующее асимптотически свободной частице и вакуумному состоянию квантового поля.

Далее показано, что этот результат не связан с реальными физическими характеристиками системы, а обусловлен неадекватным выбором начального приближения. Для анализа проблемы выбран вектор состояния, представляющий собой произведение квадратично интегрируемой волновой функции частицы и когерентного состояния поля и являющийся собственным для оператора полного импульса:

$$\left|\Psi^{(L)}_{\vec{P}}(\vec{r})\right\rangle = \frac{1}{N_{\vec{P}}\sqrt{\Omega}} \int d\vec{R}\,\phi(\vec{r}-\vec{R}) \exp\left(i\vec{P}\vec{R} + \sum_{\vec{k}} \left(u_{\vec{k}} a^+_{\vec{k}} e^{-i\vec{k}\vec{R}} - \frac{1}{2} u^2_{\vec{k}} \right) \right) |0\rangle; \tag{6}$$

Здесь $\vec{R}$ – радиус-вектор произвольной точки, относительно которой локализовано рассматриваемое состояние в пространстве. Нормировочная константа определяется выражением:

$$|N_{\vec{p}}|^2 = \int d\vec{R} \int d\vec{r}\,\phi^*_{\vec{p}}(\vec{r})\phi_{\vec{p}}(\vec{r}+\vec{R}) \exp\left(i\vec{P}\vec{R} + \sum_{\vec{k}} |u_{\vec{k}}|^2 \left(e^{-i\vec{k}\vec{R}} - 1\right) \right) \tag{7}$$

Минимизация функционала для энергии основного состояния системы приводит к следующим выражениям:

$$u_{\vec{k}} = -\frac{g}{\sqrt{2\Omega\omega_k^3}}\int d\vec{r}\,|\,\phi(\vec{r})\,|^2\; e^{-i\vec{k}\vec{r}};\quad E_L^{(0)}(0) = \int d\vec{r}\phi(\vec{r})\left(-\frac{1}{2}\Delta\right)\phi(\vec{r}) - \sum_{\vec{k}}\omega_k u_{\vec{k}}^2. \tag{8}$$

Все величины в приведенных формулах содержат только сходящиеся интегралы, а энергия "одетой" частицы, как функция полного импульса и константы связи, в нулевом приближении определяется средним значением полного гамильтониана по этому вектору состояния:

$$E_L^{(0)}(\vec{P},g) = \left\langle \Psi_{\vec{P}}^{(L)}(\vec{r})\middle| H \middle|\Psi_{\vec{P}}^{(L)}(\vec{r})\right\rangle \tag{9}$$

Характеристики связанного состояния частицы и поля без учета трансляционной симметрии найдены на основе масштабных преобразований и простой пробной функции

$$\vec{r} = \frac{\vec{\rho}}{g^2};\ \vec{k} = g^2\vec{q};\ \phi(\vec{r}) = g^3\chi(\vec{\rho}), \chi_0(\vec{\rho}) = \sqrt{\frac{\lambda^3}{8\pi}}e^{-\lambda\rho/2}, \tag{10}$$

что позволило определить с точностью до множителя аналитическую зависимость энергии основного состояния от константы связи

$$E_L^{(0)} = \int d\vec{\rho}\frac{g^4}{2}\left(\vec{\nabla}_\rho\chi(\vec{\rho})\right)^2 - \frac{g^4}{4\pi}\int d\vec{\rho}\int d\vec{\rho}\,'\frac{|\,\chi(\vec{\rho}\,')|^2|\,\chi(\vec{\rho})|^2}{|\,\vec{\rho}-\vec{\rho}\,'|}. \tag{11}$$

Минимизация энергии приводит к следующему результату:

$$\lambda = \frac{5}{32\pi};\ E_L^{(0)}(0) = -g^4\frac{25}{2^{13}\pi^2}. \tag{12}$$

При учете трансляционной симметрии энергия системы представлена в виде:

$$E_L^{(0)}(\vec{P},g) = \frac{P^2}{2} + E_f + E_{\text{int}} = \frac{P^2}{2} + E_L^{(0)}(0,g); \tag{13}$$

В предельных случаях, соответствующих слабой и сильной связи:

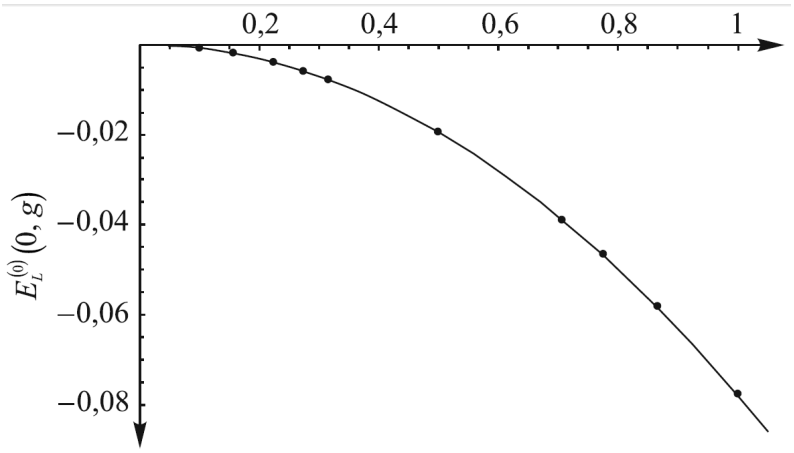
$$E_L^{(0)}(0,g) = -\frac{g^2(E_{f1}+E_i)^2}{4E_{f2}} = -0.0779g^2 \tag{14}$$

при g << 1 (слабая связь), и

$$E_L^{(0)}(0,g) = -\frac{g^2(E_{f1}+E_i)^2}{4E_{f2}} = -0.0183105g^2 \tag{15}$$

при g >> 1 (сильная связь).

Результаты вычислений по формулам (13) - (15) представлены на рисунке 1. Они показывают, что энергия «физической» частицы в поле остается конечной во всем диапазоне изменения константы связи.



Сплошная линия соответствует аналитической формуле (14); точки – результатам численного расчета интегралов в (13)
Рисунок 1. – Зависимость энергии основного состояния от константы связи *g* в случае слабой связи

Глава 3 посвящена анализу проблемы расходимости в теории взаимодействия частицы с квантовым полем при вычислении энергии с точностью до второго порядка по *g*. В рамках ТВ она имеет вид

$$E_b = E^{(0)}(\vec{P},0) + \Delta E^{(2)}(\vec{P},0) \approx -\frac{g^2}{2\pi^2}\ln\left(\frac{K}{2}+1\right) \tag{16}$$

и становится бесконечной при стремлении импульса обрезания $K \to \infty$. Таким образом, поправка к энергии не определена в рамках ТВ для настоящей модели. Существенно, что это бесконечная энергия не может быть включена в перенормировку массы.

Далее детально исследуются свойства базисного набора неасимптотических состояний, и описана итерационная схема расчета поправок к нулевому приближению в рамках ОМ. Нулевое приближение, свободное от ультрафиолетовой расходимости энергии и эффективной массы, построено с использованием следующего базиса, который содержит набор состояний, являющихся собственными для оператора полного импульса $\hat{P}$:

$$|\Psi^{(0)}_{\vec{P}_1,n_{\vec{k}}}\rangle = \frac{1}{N_{\vec{P}_1,1_{\vec{k}}}\sqrt{\Omega}}\int d\vec{R}\phi_{\vec{P}_1}(\vec{r}-\vec{R})\exp\left\{i(\vec{P}_1-\vec{k}n_k)\vec{R}\right\}\exp\left\{\sum_{\vec{k}}(u_k e^{-i\vec{k}\vec{R}}a_k^+ - u_k^* e^{i\vec{k}\vec{R}}a_k)\right\}|n_{\vec{k}}\rangle,$$
$$\hat{P}|\Psi^{(0)}_{\vec{P}_1,n_{\vec{k}}}\rangle = \vec{P}_1|\Psi^{(0)}_{\vec{P}_1,n_{\vec{k}}}\rangle \qquad (17)$$

где $\vec{P}_1$ – собственное значение полного импульса системы. Нормировочная константа определяется условием $\langle\Psi_{\vec{P}_1,1_{\vec{k}}}|\Psi_{\vec{P}_1,1_k}\rangle = 1$.

Для вычисления последующих приближений используется итерационная схема ОМ для энергии и коэффициентов разложения волновой функции:

$$E_0^{(2)} = \frac{E_L^{(0)} + \sum\limits_{\vec{P}_1,\{n_k\neq 0\}} C^{(1)}_{\vec{P}_1,\{n_{\vec{k}}\}}\langle\Psi^{(L)}_{\vec{P}}|\hat{H}|\Psi_{\vec{P}_1,\{n_{\vec{k}}\}}\rangle}{1+\sum\limits_{\vec{P}_1,\{n_k\neq 0\}} C^{(1)}_{\vec{P}_1,\{n_{\vec{k}}\}}\langle\Psi^{(L)}_{\vec{P}}|\Psi_{\vec{P}_1,\{n_{\vec{k}}\}}\rangle};$$
$$C^{(1)}_{\vec{P}_1,\{n_{\vec{k}}\}} = \frac{E_L^{(0)}\langle\Psi_{\vec{P}_1,\{n_{\vec{k}}\}}|\Psi^{(L)}_{\vec{P}}\rangle - \langle\Psi_{\vec{P}_1,\{n_{\vec{k}}\}}|\hat{H}|\Psi^{(L)}_{\vec{P}}\rangle}{H_{\vec{P}_1,\{n_{\vec{k}}\};\vec{P}_1,\{n_{\vec{k}}\}} - E_L^{(0)}}; \qquad (18)$$
$$H_{\vec{P}_1,\{n_{\vec{k}}\};\vec{P}_2,\{n_{1\vec{k}}\}} = \langle\Psi_{\vec{P}_1,\{n_{\vec{k}}\}}|\hat{H}|\Psi_{\vec{P}_2,\{n_{1\vec{k}}\}}\rangle, \quad E_L^{(0)} = \langle\Psi^{(L)}_{\vec{P}}|\hat{H}|\Psi^{(L)}_{\vec{P}}\rangle.$$

Для энергии основного состояния и параметра волновой функции в нулевом приближении ОМ в пределе слабой связи найдены выражения:

$$E_L^{(0)}(0,g) = -g^2\frac{(-4+\sqrt{2})^2}{32\pi}; \quad \lambda = \frac{\sqrt{3\pi}}{2}(4-\sqrt{2}). \qquad (19)$$

Для перенормированной массы:

$$E_L^{(0)}(P,g) \approx E_L^{(0)}(0,g) + \frac{P^2}{2}\left[1-\frac{g^2}{9\pi^2}\frac{17-\sqrt{2}}{21}\right];$$
$$m^{(0)*} = 1+\frac{g^2}{9\pi^2}\frac{17-\sqrt{2}}{21}. \qquad (20)$$

Из этого уравнения следует, что в нулевом приближении ОМ перенормированная масса составляет примерно половину величины, найденной по ТВ (см. уравнение (5)).

Во второй итерации ОМ учитываются однофононные промежуточные переходы. Для этого были вычислены матричные элементы переходов в (18), в которых состояние $|\Psi^{(0)}_{\vec{P}_1,n_{\vec{k}}}\rangle$ представляется в виде

$$|\Psi^{(0)}_{\vec{P}_1,n_{\vec{k}}}\rangle = \frac{1}{N_{\vec{P}_1,1_{\vec{k}}}\sqrt{\Omega}}\int d\vec{R}\phi_{\vec{P}_1}(\vec{r}-\vec{R})\exp\left\{i(\vec{P}_1-\vec{k}n_{\vec{k}})\vec{R}-\frac{1}{2}\sum_{\vec{k}}|u_{\vec{k}}|^2+\sum_{\vec{k}}u_{\vec{k}}e^{-i\vec{k}\vec{R}}a^+_{\vec{k}}\right\}\frac{(a^+_{\vec{k}}-u^*_{\vec{k}}e^{i\vec{k}\vec{R}})^{n_{\vec{k}}}}{\sqrt{n_{\vec{k}}!}}|0\rangle, \tag{21}$$

Когда частица находится в состоянии покоя $\vec{P}=0$, энергия выражается через компоненты Фурье волновой функции частицы и в пределе слабой связи имеет вид

$$E^{(2)} = \frac{A}{B}, \tag{22}$$

где

$$A = E^{(0)}_L + \sum_{\vec{P}_1,\{n_k\}} C^{(1)}_{\vec{P}_1,\{n_{\vec{k}}\}}\langle\Psi^{(L)}_{\vec{P}}|\hat{H}|\Psi_{\vec{P}_1,\{n_{\vec{k}}\}}\rangle \approx E^{(0)}_L + E^{(0)}_L\frac{12\sqrt{6\pi}}{5\lambda\pi}e^{-\frac{5k_0^2}{12\lambda^2}} - \frac{g^2}{2\pi^2}\ln\left(\frac{k_0}{2}+1\right) - \tag{23}$$

$$-\left[\frac{g^2\lambda}{24\pi^2}\left(\sqrt{6\pi}\,\mathrm{Erf}\left(\sqrt{\frac{3}{2}}k_0/\lambda\right)+\lambda-\lambda e^{-\frac{3k_0^2}{2\lambda^2}}\right)-\frac{g^2\lambda}{2\sqrt{3\pi^3}}\mathrm{Erf}\left(\frac{\sqrt{3}k_0}{2\lambda}\right)\right];\ k_0\approx\lambda\sqrt{3|\ln g|},$$

и

$$B = 1+\sum_{\vec{P}_1,\{n_k\}} C^{(1)}_{\vec{P}_1,\{n_{\vec{k}}\}}\langle\Psi^{(L)}_{\vec{P}}|\Psi_{\vec{P}_1,\{n_{\vec{k}}\}}\rangle \approx \tag{24}$$

$$\approx 1+\frac{g^2}{12\pi^2}(1-e^{-\frac{3}{2}\frac{k_0^2}{\lambda^2}})-g^2 f\left(\frac{k_0}{\lambda}\right)-\frac{144\sqrt{6\pi}}{25\lambda^3\pi^2}\left(1+\frac{5}{12}\frac{k_0^2}{\lambda^2}\right)e^{-\frac{5k_0^2}{12\lambda^2}},\ f(x)=\frac{1}{4\pi^2}\int_0^x\frac{tdt}{1+t/2}e^{-\frac{3}{4}t^2}$$

Предельное поведение энергии при $k_0\to\infty$ выражается формулой

$$E^{(2)}_{(g\to 0)} \to -\frac{g^2}{2\pi^2}\ln\left(\frac{k_0}{2}+1\right); k_0\to\infty \tag{25}$$

Это слагаемое по форме совпадает с результатом ТВ, т.е уравнением (16), однако с импульсом обрезания, определенным через параметры системы.

Результат аналитического исследования хорошо согласуется с численным расчетом, как показано на рисунке 2.

При ненулевом полном импульсе итерацию второго порядка для энергии частицы можно записать в виде:

$$E^{(2)}(\mathbf{P},g) = \frac{\frac{P^2}{2}+\tilde{E}^{(0)}_L(\mathbf{P},g)+A_P}{B_P}; \tag{26}$$

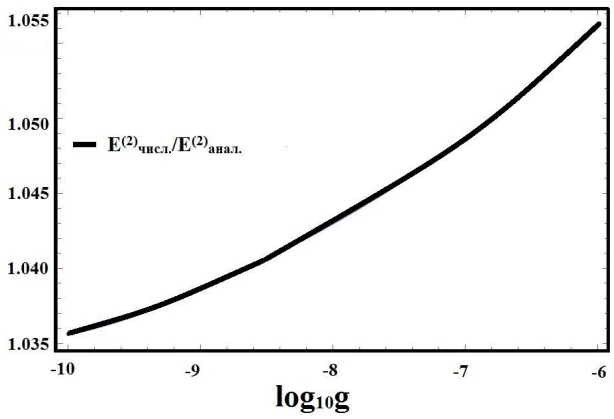


Рисунок 2. – Зависимость отношения результатов численного расчета и по приближенной аналитической формуле второй итерации для энергии от константы связи

Здесь

$$\tilde{E}_L^{(2)}(\mathbf{P},g)=-\sum_m(\mathbf{P}\cdot\mathbf{m})\,|\,u_m\,|^2\,\frac{\phi_{P-m}^2}{\phi_P^2}+\sum_{\hat{m}}\left(\frac{m^2}{2}+m\right)|\,u_m\,|^2\,\frac{\phi_{P-m}^2}{\phi_P^2}+\frac{2g}{\sqrt{2\Omega}}\sum_{\hat{m}}\frac{u_m}{\sqrt{m}}\frac{\phi_{P-m}}{\phi_P}. \tag{27}$$

и в пределе $\left|\vec{P}\right|<<1$ величины A_P, B_P принимают

$$A_P=-\frac{P^2}{2}\sum_{k<k_0}\left\{u_k\,\frac{(\phi_{P-k}^2-\phi_P^2)}{\phi_{P-k}\phi_P}\left[u_k\,\frac{\phi_{P-k}}{\phi_P}+\frac{g}{\sqrt{2\Omega k}}\,\frac{1}{\frac{k^2}{2}+k-(\mathbf{Pk})}\right]\right\}- \tag{28}$$

$$-\sum_{k<k_0}\left[\left(\frac{k^2}{2}+k-(\mathbf{P}\cdot\mathbf{k})\right)u_k\,\frac{\phi_{P-k}}{\phi_P}+\frac{g}{\sqrt{2\Omega k}}\right]^2\left(\frac{k^2}{2}+k-(\mathbf{P}\cdot\mathbf{k})\right)^{-1},$$

и

$$B_P=B_0=1-\sum_{k<k_0}\frac{\left(u_k\,\frac{\phi_k^2}{\phi_0}\left(\frac{k^2}{2}+k\right)+\frac{g\phi_k}{\sqrt{2\Omega k}\phi_0}\right)u_k(\phi_k^2-\phi_0^2)}{\phi_k^2\left(\frac{k^2}{2}+k\right)} \tag{29}$$

После упрощения с учетом того, что сумма в знаменателе пропорциональна g^2, находим:

$$E^{(2)}(\mathbf{P},g)=E_L^{(0)}(0,g)+\frac{P^2}{2}-\frac{g^2}{2\Omega}\sum_{k<k_0}\frac{(\mathbf{Pk})^2}{k(k^2/2+k)^3}. \tag{30}$$

Отсюда следует, что вторая итерация для перенормированной массы

$$m^{(2)*}\approx 1+\frac{g^2}{6\pi^2} \tag{31}$$

совпадает с результатом ТВ.

Таким образом, показано, что сходимость интегралов при вычислении последующих поправок ОМ определяется собственными параметрами теории. Сходимость интегралов обусловлена использованием базисного набора состояний, которые являются произведением волновой функции локализованной частицы и когерентного состояния поля, а также вычислением энергии системы с помощью резольвенты, которая содержит матричные элементы полного гамильтониана системы.

Глава 4 посвящена апробации эффективности регулярной теории возмущений (РТВ), основанной на модели эффективного заряда [1)], при вычислении вероятностей переходов в квантовых системах на примере расчета полного сечения фотоионизации отрицательного иона H^-.

Рассмотрена атомная система, состоящая из N электронов, которая описывается гамильтонианом с набором собственных векторов и собственных значений

$$\widehat{H}\left|\Psi_v(\xi)\right\rangle = E_v\left|\Psi_v(\xi)\right\rangle, \tag{32}$$

причем квантовые числа v включают как непрерывный, так и дискретный спектр, а набор переменных ξ определяется координатами и спинами всех электронов.

Функцию Грина этой системы:

$$\begin{aligned}&(\widehat{H}-E)G_E(\xi,\xi') = \delta(\xi-\xi');\\ &G_E(\xi,\xi') = -\sum\nolimits_v \frac{\left|\Psi_v(\xi)\right\rangle\left\langle\Psi_v(\xi')\right|}{E-E_v+i\delta}.\end{aligned} \tag{33}$$

В дипольном приближении полное сечение поглощения фотона, соответствующее переходу атома из начального состояния в произвольное конечное состояние, в первом порядке по постоянной тонкой структуры определяется следующим выражением

$$\sigma = \frac{4\pi^2\alpha}{\omega}\sum_f \left|\left\langle\Psi_f\left|(\vec{e}_s\sum_{l=1}^{N}\vec{\nabla}_l)\right|\Psi_i\right\rangle\right|^2 \delta(E_i+\omega-E_f), \tag{34}$$

На основе тождества

$$\delta(E_i+\omega-E_f) = \frac{1}{\pi}\,\mathrm{Im}\frac{1}{E_i+\omega-E_f-i\delta}, \tag{35}$$

[1)] Non-perturbative description of quantum systems / I. D. Feranchuk [et al.]. – Heidelberg: Springer, 2015 – 362 p.

формула (34) преобразована к следующему виду

$$\sigma = \frac{4\pi\alpha}{\omega} \operatorname{Im} \int d\xi d\xi' G_{E_i+\omega-i\delta}(\xi,\xi')(\vec{e_s}\sum_{l=1}^{N}\vec{\nabla}_l \Psi_i^*(\xi))(\vec{e_s}\sum_{l=1}^{N}\vec{\nabla}_l '\Psi_i(\xi')). \qquad (36)$$

Таким образом, суммирование по конечным состояниям системы сводено к вычислению матричного элемента от функции Грина по волновым функциям начального состояния.

Для апробации метода рассмотрено сечение фотоэффекта для водородоподобного атома с зарядом ядра *Z*, когда суммирование в (36) можно выполнить аналитически. Волновая функция основного состояния имеет простой вид

$$\Psi_i(\vec{r}) = R_{10}(r)Y_{00}(\Omega) = \frac{2Z^{3/2}e^{-Zr}}{\sqrt{4\pi}};\ E_i \equiv E_0 = -\frac{Z^2}{2}$$

С помощью разложения функции Грина по сферическим гармоникам найдено:

$$\sigma = -\frac{8\pi\alpha Z^4}{9\omega} \operatorname{Im}\left[v\Gamma(2-v)\int_0^\infty dr \int_0^r dr' M_{v,3/2}(\frac{2Z}{v}r')W_{v,3/2}(\frac{2Z}{v}r)e^{-Z(r+r')}rr' + \right.$$
$$\left. + \int_0^\infty dr \int_r^\infty dr' M_{v,3/2}(\frac{2Z}{v}r)W_{v,3/2}(\frac{2Z}{v}r')e^{-Z(r+r')}rr' \right]. \qquad (37)$$

Интегралы в формуле (37) находились численно в пакете Математика с любой необходимой точностью. Расчеты показали, что полученные результаты совпадают с результатами вычислений по формуле для сечения фотоэффекта на атоме водорода, найденной прямым суммированием по конечным состояниям.

В задаче о фотоионизации иона H^- аналитическое решение уравнений (32), (33) не найдено, поэтому для определения как волновой функции основного состояния, так и функции Грина необходимо использовать приближенные методы. В настоящей работе эти вычисления выполнены в рамках ТВ, которая основана на использовании в качестве нулевого приближения модели эффективного заряда. В конечном состоянии один электрон остается связанным, а второй переходит в непрерывный спектр, поэтому корреляция между электронами достаточно мала.

Тогда с учетом симметрии волновых функций по координатам электронов выражение для сечения фотоионизации (36) в нулевом приближении РТВ принимает следующий вид:

$$\sigma \approx \frac{16\pi\alpha}{\omega}\,\mathrm{Im}\sum_{\nu,\vec{p}}\frac{\left\langle \Psi_0^{(0)}(\vec{r}_1,\vec{r}_2)\left|(\vec{e}_s\vec{\nabla}_1)\right|\Psi_f^{(0)}(\vec{r}_1,\vec{r}_2)\right\rangle\left\langle \Psi_f^{(0)}(\vec{r}_1',\vec{r}_2')\left|(\vec{e}_s\vec{\nabla}_1')\right|\Psi_0^{(0)}(\vec{r}_1',\vec{r}_2')\right\rangle}{\omega+E_0-E_f-i\delta}. \quad (38)$$

где $E_0^{(0)}=-Z^2/2$.

Основной вклад в сумму по конечным состояниям дискретного спектра вносит переход, в котором конечный атом водорода остается в основном состоянии. В то же время сумма по состояниям непрерывного спектра заменяется на кулоновскую функцию Грина аналогично (36):

$$\sigma \approx -\frac{32\pi\alpha}{\omega}\,\mathrm{Im}\int d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 d\vec{r}_1' d\vec{r}_2' G_{\omega+E_0-E_0^{(0)}-i\delta}(\vec{r}_2,\vec{r}_2')\psi_0^*(\vec{r}_1)\psi_0(\vec{r}_1')\times \\ \times(\vec{e}_s\vec{\nabla}_1\Psi_0^{(0)}(\vec{r}_1,\vec{r}_2))(\vec{e}_s\vec{\nabla}_1'\Psi_0^{(0)}(\vec{r}_1',\vec{r}_2')) \quad (39)$$

При частоте фотона ω = 0.042832 и вычислениях, аналогичных (37), по формуле (39) для сечения в нулевом приближении РТВ найдена следующая величина

$$\sigma_{th}^{(0)} \approx 2.9\,10^{-21}\,m^2, \quad (40)$$

которая сравнивается с экспериментальным значением

$$\sigma_{\exp}^{(0)} \approx 3.48\,10^{-21}\,m^2. \quad (41)$$

Сравнение показывает, что нулевое приближение РТВ, соответствующее независимым электронам, обеспечивает точность порядка 20% при вычислении сечения. Это означает, что корреляционные эффекты существенно влияют на вероятность рассматриваемого процесса. Учет следующего порядка РТВ позволил оценить вклады различных промежуточных состояний в искомое сечение.

Вычисление поправки, обусловленной корреляцией электронов в конечном состоянии, дало результат:

$$\sigma_{th}^{(1)} \approx -0.004\,10^{-21}\,m^2. \quad (42)$$

Дополнительный вклад в сечение обусловлен тем, что атом водорода в результате фотоионизации остается не в основном, а в одном из возбужденных связанных состояний. Показано, что вклад в сечение фотоионизации от этих состояний пренебрежимо мал, поскольку энергии фотона недостаточно для возбуждения подобных промежуточных состояний.

Еще одна поправка к сечению связана с учетом отклонения двухэлектронной волновой функции иона водорода от приближения эффективного заряда за счет корреляции электронов в основном состоянии:

$$\sigma_0^{(1)} \approx 0.19\ 10^{-21}\, m^2 . \tag{43}$$

Полученные результаты показывают, что в нулевом порядке РТВ расчет матричных элементов переходов для атомной системы обеспечивает такую же точность, как и для энергии стационарных состояний. В то же время РТВ позволяет вычислить корреляционные поправки к наблюдаемым характеристикам системы без введения дополнительных вариационных параметров.

Была также построена симметризованная двухчастичная функция Грина, которая определяется следующим уравнением с гамильтонианом H:

$$(\hat{H}_f - \omega + I + i\delta) G^{(0)}_{\omega - I - i\delta}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \vec{r}_1', \vec{r}_2') = \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_1')\delta(\vec{r}_2 - \vec{r}_2')$$

$$G^{(0)}_{\omega - I - i\delta}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \vec{r}_1', \vec{r}_2') = -\frac{1}{2} \times$$

$$\times \sum_{f_1, f_2} \frac{|\psi^{(0)}_{f_1}(\vec{r}_1)\psi^{(0)}_{f_2}(\vec{r}_2)\rangle\langle\psi^{(0)}_{f_1}(\vec{r}_1')\psi^{(0)}_{f_2}(\vec{r}_2')| + |\psi^{(0)}_{f_1}(\vec{r}_2)\psi^{(0)}_{f_2}(\vec{r}_1)\rangle\langle\psi^{(0)}_{f_1}(\vec{r}_2')\psi^{(0)}_{f_2}(\vec{r}_1')|}{\omega - I - i\delta - E_{f_1} - E_{f_2}} \tag{44}$$

При использовании тождества:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{(t + a - i\delta/2)(t - b + i\delta/2)} = -\frac{2\pi i}{a + b - i\delta}$$

найдено:

$$\frac{1}{\omega - I - (E_{f1} + E_{f2}) - i\delta} = \frac{-1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{[t + (\frac{\omega - I}{2} - E_{f1}) - i\delta/2][t - (\frac{\omega - I}{2} - E_{f2}) + i\delta/2]}. \tag{45}$$

В результате двухчастичная функция Грина представлена в виде

$$G_{\omega - I - i\delta}(\vec{r}_1, \vec{r}_1'; \vec{r}_2, \vec{r}_2') = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} G_{\frac{\omega - I}{2} + t - i\delta/2}(\vec{r}_1, \vec{r}_1') G_{\frac{\omega - I}{2} - t - i\delta/2}(\vec{r}_2, \vec{r}_2') dt$$

Это приводит к выражению для сечения

$$\sigma = -\frac{128 Z^{*8}}{411\omega} \mathrm{Re} \int dt \int r_1 r_1' r_2 r_2' dr_1 dr_1' dr_2 dr_2' e^{-Z^*(r_1 + r_1' + r_2 + r_2')} G_{\frac{\omega - I}{2} + t - i\delta/2, 1}(r_1, r_1') G_{\frac{\omega - I}{2} - t - i\delta/2, 0}(r_2, r_2'), \tag{46}$$

Выражение (46) включает в себя 5-мерный интеграл, который был рассчитан численно с использованием пакета Математика. Его численные значения при разных частотах представлены в таблице 1 и сравниваются с результатами эксперимента.

Таблица 1. – Сравнение экспериментальных и теоретических значений сечения σ в 10^{-21} m^2 при различных частотах

λ (nm)	ω	σ из настоящей работы	σ из эксперимента	
			σ	±Δσ
700	0.065105	3.72	3.74	0.16
750	0.060764	3.59	3.90	0.17
800	0.056967	3.73	3.91	0.17
850	0.053616	3.96	3.96	0.17
900	0.050637	3.58	3.96	0.17
950	0.047972	3.79	3.82	0.17
1000	0.045573	3.68	3.74	0.17
1064	0.042832	3.86	3.48	0.15

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные научные результаты диссертации

1. Для модели взаимодействия частицы со скалярным квантовым полем установлено, что операторный метод позволяет вычислить энергию системы, которая в нулевом приближении остается конечной во всем диапазоне изменения константы связи. Разработан алгоритм построения вектора состояния нулевого приближения для непертурбативного описания системы с бесконечным числом степеней свободы [1, 4].

2. Для рассмотренной модели показано, что ультрафиолетовая расходимость слагаемых ряда теории возмущений обусловлена наличием логарифмической особенности в зависимости энергии системы от константы связи частицы с полем. Рассчитаны поправки второго приближения операторного метода и доказано, что сходимость интегралов в непертурбативной теории определяется собственными параметрами теории и не требует введения импульса обрезания [2, 5].

3. Получено замкнутое выражение для двухчастичной кулоновской функции Грина, пригодное для вычисления двойных бесконечных сумм по спектру конечных состояний в задачах о взаимодействии атомов с электромагнитным полем. Метод апробирован при расчете сечения фотоионизации отрицательного иона водорода [3, 6].

Рекомендации по практическому использованию результатов

1. Результаты, полученные в диссертационной работе, могут быть использованы для непертурбативного описания моделей в квантовой теории поля без введения феноменологического параметра (импульса обрезания).

2. Предложенный в диссертации метод суммирования по промежуточным состояниям для вычисления сечения фотоионизации может быть использован для учета межэлектронных корреляций при описании других процессов взаимодействия атомных систем с электромагнитным полем.

3. Описанные в диссертации подходы могут быть использованы для исследований, которые ведутся в Белгосуниверситете, Гомельском государственном университете им.Ф.Скорины, Институте физики НАНБ им. Б.И.Степанова, Институте ядерной физики М.Планка (Гейдельберг, Германия) и других организациях, в которых разрабатываются непертурбативные методы в квантовой теории поля.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ СОИСКАТЕЛЯ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ

Статьи в соответствии с п. 18 Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь:

1. Зунг, В. Л. О выборе нулевого приближения в модели взаимодействия частицы с квантовым полем / В. Л. Зунг, И. Д. Феранчук // Вестник БГУ. Серия 1, Физика. Математика. Информатика. – 2015. – № 2. – С. 12-19.

2. Regularization of ultraviolet divergence for a particle interacting with a scalar quantum field / O. D. Skoromnik, I. D. Feranchuk, D. V. Lu, C. H. Keitel // Phys. Rev. D. – 2015. – Vol. 92, № 12. – P. 125019(1-21).

3. Зунг, В. Л. Расчет сечения фотоионизации отрицательного иона водорода в регулярной теории возмущенй / В. Л. Зунг, И. Д. Феранчук // Вестник БГУ. Серия 1, Физика. Математика. Информатика. – 2016. – № 2. – С. 60-67.

Материалы конференций:

4. Зунг, В. Л. Равномерно-пригодное приближение для описания электрон-фононного взаимодействия / В. Л. Зунг, И. Д. Феранчук // Взаимодействие излучений с твердым телом : материалы 11-й Междунар. конф., Минск, Беларусь, 23-25 сент. 2015 г. / Белорус. гос. ун-т ; редкол.: В.М. Анищик (отв.ред.) [и др.]. – Минск: Изд. центр БГУ, 2015. – С. 66-68.

5. Self-consistent way for regularization of ultraviolet divergence in a model of a quantum field [Electronic resource] / I. Feranchuk, O. Skoromnik, D. Lu, K. Krivulko // Thesis of Intern. Confer. "Methods of Non-Euclidean Geometry in Physics and Mathematics (BGL-9)", Minsk, Belarus, 27-30 Oct. 2015. – Mode of access: http://dragon.bas-net.by/bgl9/reports.pdf. – Date of access: 27.08.2016.

6. Зунг, В. Л. Метод функций Грина для расчета сечения фотоионизации атомов / В. Л. Зунг, И. Д. Феранчук // Современные проблемы физики : материалы междунар. школы-конф. молодых ученых и специалистов, Минск, 8-10 июня, 2016 г. / Институт физики НАН Беларуси ; Под ред.: В. В. Машко, Д. В. Новицкого, М. С. Усаченка. – Минск: ИФ НАН Беларуси, 2016. – С. 58-62.

РЕЗЮМЕ

ОПЕРАТОРНЫЙ МЕТОД В ПРОБЛЕМАХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НЕРЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ С КВАНТОВЫМИ ПОЛЯМИ

Ключевые слова: операторный метод, непертурбативный метод, теория возмущений, модель эффективного заряда, инфракрасная (ультрафиолетовая) расходимость, перенормировка, эффективная масса, взаимодействие частицы с квантовым полем, сечения фотоионизации, функция Грина.

Цель диссертации – обобщение операторного метода (ОМ) для непертурбативного описания систем с бесконечным числом степеней свободы и применение этого подхода в квантовой теории поля.

Методы исследования основаны на операторном методе и итерационной схеме вычислений. В круг решенных задач вошли: обобщение ОМ для решения задачи о квантовых системах с бесконечным числом степеней свободы; рассмотрение оптимального выбора нулевого приближения ОМ; построение итерационной схемы вычисления поправок к нулевому приближению ОМ; описание взаимодействия атомной системы с квантовым электромагнитным полем с помощью функции Грина и вычисление сечения фотоионизации отрицательного иона водорода.

Полученные результаты и их новизна. Впервые показано, что непертурбативное описание квантовых систем с бесконечным числом степеней свободы возможно на базе операторного метода решения уравнения Шредингера без возникновения расходящихся интегралов как в нулевом порядке ОМ, так и при вычислении последующих приближений. Этот метод может быть использован в теории конденсированных сред, ядерной физике и в квантовой теории поля. Предложен новый метод суммирования по промежуточным состояниям атомов при описании их взаимодействия с внешним электромагнитным полем.

Рекомендация по использованию. Методы, развитые для рассмотренной модели, могут быть использованы для непертурбативного исследования других моделей в квантовой теории поля без появления ультрафиолетовой расходимости и бесконечных величин и использовании искусственных приемов для избавления от них (соответственно: феноменологического обрезания, расходимости и перенормировок).

РЭЗЮМЭ

АПЕРАТАРНЫ МЕТАД У ЗАДАЧАХ УЗАЕМАДЗЕЯННЯ НЕРЭЛЯТЫВІСЦКАЙ ЧАСЦІНКІ З КВАНТАВЫМІ ПАЛЯМІ

Ключавыя словы: аператарны метад, непертурбацыйны метад, тэорыя ўзрушэнняў, мадэль эфектыўнага зарада, інфрачырвонае (ультрафіялетавае) разыходжанне, перанармаванне, эфектыўная маса, узаемадзеянне часцінкі з квантавым полем, сечыва фотаіянізацыі, функцыя Грына.

Мэта дысертацыі - абагульненне аператарнага метаду (АМ) для непертурбацыйнага апісання сістэм з бясконцым лікам ступеняў свабоды і ўжыванне гэтага падыходу ў квантавай тэорыі поля.

Метады даследу заснаваныя на аператарным метадзе і ітэрацыйнай схеме вылічэння. Вырашэнне наступныя задачы: абагульненне АМ для развязанне задачы аб квантавых сістэмах з бясконцым лікам ступеняў свабоды; разгляд аптымальнага выбару нулявога набліжэння АМ; даследванне ўзаемадзеяння атамнай сістэмы з квантавым электрамагнітным полем з дапамогай функцыі Грына і вылічэнне сечыва фотаіянізацыі адмоўнага іёна вадароду.

Атрыманыя вынікі і іх навізна. Ўпершыню паказана, што непертурбацыйнае апісанне квантавых сістэм з бясконцым лікам ступеняў свабоды магчымае на базе аператарнага метаду рашэння раўнання Шродынгера без ўзнікнення разбежных інтэгралаў як у нулявым парадку АМ, так і пры разліку наступных набліжэнняў. Гэты метад можа быць выкарыстаны ў тэорыі кандэнсаваных асяроддзяў, ядзернай фізіцы і ў квантавай тэорыі поля. Прапанаваны новы метад сумавання па прамежкавых станах атамаў пры апісанні іх ўзаемадзеяння з вонкавым электрамагнітным полем.

Рэкамендацыя па выкарыстанні. Метады, равітыя для разгледжанай мадэлі, могуць быць выкарыстаныя для непертурбацыйнага даследавання іншых мадэляў ў квантавай тэорыі поля без з’яўлення ўльтрафіялетавага разыходжання і бясконцых велічынь і выкарыстання штучных прыёмаў для пазбаўлення ад іх (адпаведна: фенаменалагічнага абразаньня, разыходжання і перанарміровак).

SUMMARY

OPERATOR METHOD IN THE PROBLEM OF INTERACTION OF NONRELATIVISTIC PARTICLE WITH QUANTUM FIELDS

Keywords: operator method, nonperturbative method, perturbation theory, model of the effective charge, infrared (ultraviolet) divergence, renormalization, effective mass, interaction of particle with a quantum field, photoionization cross-section, Green's function.

The goal of the thesis is synthesis of the operator method (OM) for nonperturbative description of systems with an infinite number of degrees of freedom and the application of this approach in quantum field theory.

The methods of research are based on operator technique and the iterative calculation scheme. In the circle of solved problems are included: OM generalization for solving the problem of quantum systems with an infinite number of degrees of freedom; consideration of the optimal choice of the zeroth approximation; construction of iterative scheme for calculating corrections to the zeroth approximation; description of the interaction of atomic systems with quantum electromagnetic field with the help of Green's functions and the calculation of photoionization cross section of the negatively charged hydrogen ion.

The obtained results and their novelty. It was shown that the description of nonperturbative quantum systems with an infinite number of degrees of freedom is possible on the basis of the operator method of solving the Schrödinger equation without the occurrence of divergent integrals in the zeroth order OM, and the calculation of the subsequent approximations. This method can be used in the theory of condensed matter physics, nuclear physics and quantum field theory. A new method of summation over the intermediate states of the atoms in the description of their interaction with an external electromagnetic field.

Recommendation for use. The methods developed for the considered model, can be used to study other nonperturbative models of quantum field theory without the appearance of the ultraviolet divergence and infinite quantities and the use of artificial methods to free of them (respectively: phenomenological cutoff, divergence and renormalization).

ЗУНГ
Ван Лы

ОПЕРАТОРНЫЙ МЕТОД В ПРОБЛЕМАХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НЕРЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ С КВАНТОВЫМИ ПОЛЯМИ

Подписано в печать «21» декабря 2016 г. Формат 60 × 90 1/16.
Бумага офисная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 1.6
Учетн. изд. л. 1.3. Тираж 60 экз. Заказ № 29

Государственное научное учреждение «Институт физики
имени Б.И. Степанова Национальной академии наук Беларуси»
220072, г. Минск, пр. Независимости, 68.
Отпечатано на ризографе Института физики НАН Беларуси