

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе


А. Л. Толстик
(И.О. Фамилия)

30 июня 2015 г.
(дата утверждения)

Регистрационный № УД-1085/уч.



МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальностей:

1-31 03 09 **Компьютерная математика и системный анализ**
(код специальности) (наименование специальности)

2015 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 09-2013 (30.08.2013) и учебного плана (регистрационный № G31-137/уч.; 30.05.2013) для специальности 1-31 03 09 Компьютерная математика и системный анализ.

СОСТАВИТЕЛИ:

В.И. Громак, профессор кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

А.А. Григорьев, старший преподаватель кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа Белорусского государственного университета.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

В.В. Цегельник, заведующий кафедрой высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», доктор физико-математических наук, профессор;

А.А. Леваков, профессор кафедры высшей математики факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой дифференциальных уравнений и системного анализа Белорусского государственного университета (протокол №10 от 23.04.2015);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол №6 от 29.06.2015).

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Задачи Курса

В настоящее время наметилось значительное расширение круга задач, возникающих как в ходе научных исследований, так и в ходе развития народного хозяйства, которые требуют детального количественного анализа и, зачастую, не имеют однозначных решений. Для решения многих из таких задач используются лишь умозрительные алгоритмы, нуждающиеся в улучшении. Основой для научного анализа таких проблем являются их математические модели. В свою очередь, удачно построенная модель может принести существенные преимущества, а модель, построенная неправильно, повлечет серьезные убытки. Благодаря развитию и повсеместному использованию вычислительной техники стала ясной тенденция замены обычных экспериментов (которые, вообще говоря, могут оказаться просто невозможными в силу финансовых, морально-этических или других обстоятельств) численными экспериментами на математических моделях явлений. Следуя данной тенденции, а также общему направлению государственной политики на внедрение достижений научных исследований, данный курс преследует цели освещения различных приемов и методов построения математических моделей, анализа их корректности и применимости, а также формирования у студентов навыков, необходимых для успешного применения их математических знаний в прикладных задачах. Особое внимание уделяется высокой общности процесса моделирования: с одной стороны некоторое явление может иметь несколько существенно различных моделей, с другой стороны – одна и та же модель может с успехом описывать несколько принципиально различных явлений.

Цели курса

Курс «Математическое моделирование и сложные процессы» имеет цель систематизации и закрепления у студентов старших курсов методов и приемов использования знаний, полученных в общематематических курсах, в реальных задачах производства и задачах НИР и ОКР.

Образовательная цель: сообщение студентам шаблонов математического моделирования, которые, ввиду высокого уровня абстракции, имеют максимально широкий диапазон применения, обеспечить овладение минимумом знаний и практических навыков по симметричному анализу дифференциальных уравнений.

Воспитательная цель: формирование у студентов умения выделить цель и достичь ее в условиях сложных и неоднозначных задач производства и задач НИР и ОКР, формирование понимания идеологии последовательного приближения к результату.

Развивающая цель: освоение методики сочетания аналитического мышления и применения компьютера в процессе количественного описания явлений, развитие понимания общности математических процедур, имеющих

место в различных областях сферах производства, обслуживания и научных исследований.

Ожидаемые результаты

В результате освоения курса студенты будут

- *Знать* источники получения математических моделей, типы моделей, подходы к их построению и анализу, типичные результаты анализа известных математических моделей.
- основные понятия и определения теории непрерывных групп Ли, основные методы исследования симметричных свойств дифференциальных уравнений; основные типы прикладных задач, которые могут эффективно решаться с помощью теории групп Ли.
- *Уметь* производить декомпозицию сложных процессов для моделирования, выделять детерминированные и стохастические части, строить математические модели в непрерывном и дискретном, одномерном и многомерном случаях, с наличием запаздывания и без него; находить положения равновесия и анализировать поведение вокруг них.
- проводить исследование динамических моделей на наличие групп симметрий, уметь строить их алгебры Ли и универсальные инварианты, находить точные решения или понижать порядок дифференциальных уравнений, допускающих локальные однопараметрические группы Ли;
- *Владеть* методами линейной аппроксимации, смягчения, оценки, аналогий и иерархий при математическом моделировании.
- приёмами и методами аналитического исследования дифференциальных уравнений на наличие, отсутствие групп симметрий.

Данная дисциплина занимает важное место в системе подготовки специалиста с высшим образованием, являясь дисциплиной «Государственного компонента». При ее изучении студент демонстрирует знания, умения и навыки, приобретенные на таких предметах как «Дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики», «Компьютерная математика», «Численные методы», «Математический анализ».

Общее количество часов и количество аудиторных часов, отводимое на изучение учебной дисциплины в соответствии с учебным планом учреждения высшего образования по специальности, составляет соответственно 176 и 88 часов.

Форма получения высшего образования очная (дневная).

Аудиторные часы состоят из 36 часов лекций и 52 часов лабораторных занятий.

Дисциплина «Математическое моделирование динамических процессов» состоит из двух разделов: «Математические модели в приложениях», который

преподается в шестом семестре, и «Групповой анализ дифференциальных уравнений», преподаваемый в седьмом семестре.

На шестой семестр отводится 52 аудиторных часа, из которых 18 часов составляют лекции и 34 – лабораторные.

На седьмой семестр отводится 36 аудиторных часов, из которых 18 – лекции, 18 – лабораторные.

Формой текущей аттестации по учебной дисциплине в шестом семестре является экзамен, а в седьмом - зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1: Математические модели в приложениях

1.1 Введение в математическое моделирование. Введение, описание понятия математического моделирования, классификация математических моделей по степени изученности предметной области.

1.2 Источники получения математических моделей. Классификация источников получения математических моделей. Фундаментальные законы природы. (*Пуля и подвес, Сверление лазером, Радиоактивный распад, Одноступенчатая ракета*) Вариационные принципы. (*Движение с касанием линии. Закон преломления света.*) Применение аналогий в моделировании. (Модель Мальтуса.) Иерархический подход к построению моделей. (Многоступенчатая ракета.) О нелинейных моделях. (Логистическая модель популяций.) Метод молекулярной динамики. (Численная симуляция.)

1.3 Математические модели колебательные явления. Колебательные явления и уравнение колебаний. Классификация предположений, приводящих к уравнению колебаний, как математической модели. Колебания колец Сатурна (Закон всемирного тяготения). Груз на пружине (ЗСЭ, трение). Колебательный контур (Закон Кулона, внешние силы). Хищник-Жертва Вольтерры (принцип аналогий). Модель химической реакции Лотки (принцип аналогий). Зарплата и занятость (сложные процессы). Математический маятник (вариационный принцип Гамильтона). Сложение колебаний (иерархическое усложнение моделей). Нелинейные варианты уравнения колебаний, как следствие смягчения предположений.

1.4 Методы моделирования, приводящие к ДУЧП. Многомерные математические модели. Уравнение переноса. Уравнение неразрывности. Уравнение Буссинеска и иерархия его упрощений/усложнений. Уравнение Кортевега – Де Фриза

1.5 Прямая и сопряженная задачи. Понятие прямой и сопряженной задачи в математическом моделировании. Задача распространения загрязнений в атмосфере. Уравнение турбулентной диффузии. Сопряженная задача для уравнения турбулентной диффузии. Оптимизация размещения источников загрязнения и оптимизация объемов выбросов в условиях жесткой квотной политики.

1.6 Математические модели с запаздыванием. Математические модели с запаздыванием. Причины использования. Иерархическое получение. Логистическая модель в условиях запаздывания. Линейный анализ поведения около положения равновесия. Задача о восстановлении количества кровяных клеток. Задача о аритмии дыхания Шейна-Стокса.

1.7 Дискретные математические модели. Дискретные математические модели, выражаемые разностными уравнениями. Причины использования. Аналитическое и численное решение в регулярном случае, причины рассмотрения особых точек. Дискретные аналоги логистической модели

динамики уединенной популяции. Колебательные и хаотические решения. Аналитическое кодирование. Модель популяции китов МКК. Оптимизация прибыльности в рыбном бизнесе. Сравнение хаотических и стохастических колебаний.

1.8 Моделировании сложных процессов. Стратегия составления предположений при моделировании сложных процессов. Компарментальные модели и модели динамики распространения эпидемий. Клеточные автоматы. Модель динамики отношений.

Раздел 2: Групповой анализ дифференциальных уравнений

2.1. Математические модели динамических систем.

Динамическая система и ее состояние. Моделирование динамической системы. Динамическая система, описываемая конечной системой дифференциальных уравнений. Классификация поведения динамических систем. Устойчивость динамических систем. Предельные циклы. Устойчивость по Ляпунову. Орбитальная устойчивость. Устойчивость и характеристические показатели. Устойчивость периодических решений.

2.2. Однопараметрические группы Ли преобразований, инфинитезимальный оператор группы, инварианты группы.

Точечные и контактные преобразования. Локальная r -параметрической группы Ли. Группа Ли точечных преобразований. Касательное векторное поле группы Ли преобразований. Инфинитезимальный оператор группы Ли преобразований. Инварианты группы Ли преобразований. Критерий инвариантности. Инвариантные многообразия групп Ли преобразований. Критерий инвариантности многообразия.

2.3. Группы преобразований и дифференциальные уравнения.

Теория продолжения группы и инфинитезимального оператора. Дифференциальные инварианты. Нахождение группы преобразований, допускаемой дифференциальным уравнением и определение наиболее общего дифференциального уравнения, допускающего заданную группу. Методы интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений, допускающих известную группу преобразований: построение интегрирующего множителя, “выпрямления” допускаемого оператор, понижения порядка. “Размножение” решений дифференциальных уравнений, допускающих известную группу преобразований.

2.4. Алгебры Ли симметрий. Коммутатор инфинитезимальных операторов. Алгебры Ли симметрий. Вычисление алгебры Ли симметрий. Обобщение групп Ли точечных преобразований на многомерный случай. Инварианты многопараметрических групп Ли и полных систем операторов. Базис инвариантов многопараметрических групп Ли. Инвариантные и частично инвариантные многообразия.

2.5. Групповая классификация уравнений математической физики.

Групповая классификация уравнений математической физики: Бюргерса, Кортевега –де Фриза, теплопроводности, Навье-Стокса, Буссинеска, синус-Гордона и др. Инвариантные и частично инвариантные решения уравнений математической физики: Понятия о высших симметриях, преобразованиях Беклунда, интегрируемых уравнениях, граничных условиях, совместимых с допускаемыми группами симметрий.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Математические модели в приложениях	18			34			
1.1	Введение в математическое моделирование.	1						Контрольная работа 1
1.2	Источники получения математических моделей.	1			4			Контрольная работа 1
1.3	Математические модели колебательные явления.	1			4			Контрольная работа 1
1.4	Методы моделирования, приводящие к ДУЧП.	3			4			Отчет по лабораторной работе с устной защитой
1.5	Прямая и сопряженная задачи.	3			4			Отчет по лабораторной работе с устной защитой
1.6	Математические модели с запаздыванием	3			4			Отчет по лабораторной работе с устной защитой
1.7	Дискретные математические модели.	3			4			Отчет по лабораторной работе с устной защитой
1.8	Моделировании сложных процессов	3			6			Отчет по лабораторной работе с устной защитой

Учебно-методическая карта
ИНФОРМАЦИОННАЯ ЧАСТЬ*

Рекомендуемая литература по разделу 1.

№	АВТОР	НАЗВАНИЕ	Издательство	Год
ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА				
1.	Самарский А.А. Михайлов А.П.	<i>Математическое моделирование.</i>	Москва, Наука.	2002.
2.	Петросян Л.А. Захаров В.В.	<i>Математические модели в экологии.</i>		1997
3.	Амелькин В.В. Садовский А.П.	<i>Математические модели и дифференциальные уравнения.</i>	Минск, БГУ.	1982г.
4.	Murray J.D.	<i>Mathematical Biology</i>	Oxford Press	2004г.
5.				
ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА				
11.	Chung Y.	<i>Simulation modeling handbook. A practical approach.</i>	Springer	2004
12.	H.G. Bungartz, S. Zimmer, M. Buchholz, D. Pfluger	<i>Modelbildung und Simulation</i>	Springer	2009
13.	G. de Vries, T. Hiller, M. Lewnis, ect.	<i>A course in mathematical biology</i>	Siam	2006
14.	R. Illner, C.S. Bohun, S. McCollum, T. van Roode	<i>Mathematical Modelling: A Case Studies Approach</i>	AMS	2005

Рекомендуемая литература по разделу 2.

№	АВТОР	НАЗВАНИЕ	Издательство	Год
ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА				
1.	Олвер П..	Приложения групп Ли к дифференциальным уравнениям.	Мир.	1983.
2.	Овсянников Л.В..	Групповой анализ дифференциальных уравнений.	М., Наука	1997
3.	Егоров А.И.	<i>Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями</i>	. М. Физматлит	1978
4.	Ибрагимов Н.Х.	Группы преобразований в математической физике	М., Наука,	1983.
5.				
ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА				
11.	Blumann G.W., Cole J.D.	Similarity methods for Differential Equations	Springer	1974
12.	Арнольд В.И.	Математические методы классической механики	Наука	1974

Перечень используемых средств диагностики результатов учебной деятельности

Контроль работы магистранта проходит в форме собеседования, контрольной работы в аудитории или над выполнением лабораторных работ в лаборатории и самостоятельно вне аудитории с предоставлением отчета по лабораторным работам с его устной защитой. Задания к контрольным и лабораторным работам составляются согласно содержанию учебного материала.

Для совершенствования педагогического мастерства и способностей учиться самостоятельно магистрантам могут выдаваться темы докладов, с которыми они выступают на занятиях.

Во время самостоятельной работы магистрант выполняет задания, полученные на лабораторных занятиях, а также изучает рекомендуемую литературу.

Экзамен по дисциплине проходят в устной или письменной форме.

Зачет по дисциплине проходит в устной или письменной форме. При успешной работе на занятиях зачет может выставляться по результатам аудиторной и внеаудиторной работы студента.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы УВО по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола) ¹
Математический анализ	Кафедра теории функций	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 10 от 23.04.2015)
Компьютерная математика	Кафедра дифференциальных уравнений и системного анализа	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 10 от 23.04.2015)
Дифференциальные уравнения	Кафедра дифференциальных уравнений и системного анализа	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 10 от 23.04.2015)
Уравнения математической физики	Кафедра математической кибернетики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 10 от 23.04.2015)
Численные методы	Кафедра веб-технологий и компьютерного моделирования	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 10 от 23.04.2015)

* При наличии предложений об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине

¹ При наличии предложений об изменениях в содержании учебной программы УВО.

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ
К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ
ДИСЦИПЛИНЕ НА _____ / _____ УЧЕБНЫЙ ГОД

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
 _____ (протокол № _____ от _____ 200__ г.)
 (название кафедры)

Заведующий кафедрой

_____ д. ф-м. н., проф. _____ В. И. Громак _____
 (степень, звание) (подпись) (И.О. Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета/Зав.общеуниверситетской кафедрой

_____ к. ф-м. н., доц. _____ Д. Г. Медведев _____
 (степень, звание) (подпись) (И.О. Фамилия)