эконометрических методов и моделей на основе данных системы мониторинга предприятий Национального банка Республики Беларусь: отчет о НИР (заключ.) / НИИ ППМИ; рук. В.И. Малюгин. – Минск, 2017. – 148 с. – №ГР 20162817.
3. OECD. Business Tendency Survey. A Handbook. // OECD PUBLICATIONS. – 2003. – 127 p.

ОПТИМИЗАЦИЯ МОДЕЛИ ФИРМЫ С ОБУЧЕНИЕМ СОТРУДНИКОВ

П. А. Косач

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В работе рассматривается модель фирмы, объемы основного капитала и трудовых ресурсов которой остаются неизменными в течение всего периода планирования, а единственным фактором увеличения доходов является рост производительности труда, который достигается за счет 1) роста опыта сотрудников фирмы в процессе производства и 2) в результате целенаправленного их обучения новым технологиям [1].

Рассмотрим способ 1) – обучение в процессе производства. Будем считать, что темп приобретения опыта сотрудниками зависит от объема выпуска продукции, кроме того, опыт может уменьшаться в результате забывания, утраты навыков, текучки персонала, устаревания технологии.

Обозначим: $y(t)$ – объем производства в момент времени t; $Z(t)$ – объем опыта, полученного в процессе производства. Тогда изменение опыта во времени описывается дифференциальным уравнением

$$\dot{Z}(t) = y(t) - \delta Z(t), \quad Z(0) = Z_0 > 0, \tag{1}$$

где $\delta>0$– постоянный темп утраты опыта; $\dot{Z} = dZ/dt$

Рассмотрим способ 2) – повышение производительности персонала за счет целенаправленных мероприятий по обучению сотрудников.

Пусть $K(t)$ – знания, полученные сотрудниками в результате обучения к моменту времени t, $u(t)$ – средства, выделяемые на обучение в момент t. Будем считать, что накопление знаний происходит по закону [1]:

$$\dot{K}(t) = f(u(t)) - aK(t), \quad K(0) = K_0 > 0, \tag{2}$$

где $a>0$– постоянный темп утраты знаний, функция f обладает свойствами неоклассической производственной функции.

Пусть $C(t)$ – общая себестоимость производства в момент времени t. Далее будем исследовать случай, когда себестоимость зависит от опыта $Z(t)$, знаний $K(t)$ и выпуска продукции $y(t)$ следующим образом:

$$C(t) = G(Z(t))y(t) + F(K(t)),$$

где функции $G(Z)$ и $F(K)$ убывающие и выпуклые.

Прибыль фирмы P в момент времени t находится как разница между доходом от реализации продукции $R(y)$: $R(y)= p(y)y$, где $p(y)$ – цена единицы продукции, зависящая от текущего объема выпуска, $R''(y(t))<0$; и общими издержками фирмы, складывающимися из $C(t)$ и $u(t)$:

$$P(t)=R(y(t))-[G(Z(t))y(t)+F(K(t))]-u(t), \quad t\geq 0.$$

Считая, что фирма планирует свою деятельность на конечном промежутке времени $[0,T]$, получим общую прибыль, приведенную к t=0:

$$J(y,u)=\int_0^T e^{-rt}\{R(y(t))-[G(Z(t))y(t)+F(K(t))]-u(t)\}dt,$$

где r – норма дисконтирования.

Цель фирмы – максимизация прибыли, при этом она стремится достичь целевых уравней знаний и опыта в момент T:

$$\begin{aligned}
&J=\int_0^T e^{-rt}\{R(y(t))-[G(Z(t))y(t)+F(K(t))]-u(t)\}dt \to \max,\\
&\dot{K}(t)=f(u(t))-aK(t), \quad \dot{Z}(t)=y(t)-\delta Z(t),\\
&K(0)=K_0, \quad Z(0)=Z_0 \quad K(T)=K_T, \quad Z(T)=Z_T,\\
&K(t)\geq 0, \quad Z(t)\geq 0, \quad u(t)\geq 0, \quad y(t)\geq 0, \quad t\in[0,T].
\end{aligned} \tag{3}$$

Задача (3) – задача оптимального управления [2], где переменные состояния – опыт K и знания Z, управления – выпуск y и затраты u.

УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ

Для решения задачи (3) используется принцип максимума [2], при этом следуя работе [3], можно установить его достаточность для оптимальности четверки $\{Z(\cdot),K(\cdot),y(\cdot),u(\cdot)\}$. Анализ условий принципа максимума влечет, что на оптимальном управлении все ограничения-неравенства являются неактивными, и условие максимума гамильтониана можно записать в виде условий стационарности:

$$R'(y)+\pi(t)=G(Z(t)), \quad \lambda(t)f'(u(t))=1, t\in[0,T], \tag{4}$$

где сопряженные переменные π и λ удовлетворяют уравнениям:

$$\dot{\pi}(t)=(r+\delta)\pi(t)+G'(Z(t))y, \quad \dot{\lambda}(t)=(r+a)\lambda(t)+F'(K(t)). \tag{5}$$

РЕШЕНИЕ

Используя первое тождество из (4), можно исключить сопряженную переменную π и на основе прямого (1) и сопряженного (5) уравнений, получить систему дифференциальных уравнений относительно (Z,y):

$$\begin{aligned} &\dot{Z}(t) = y(t) - \delta Z(t), \\ &\dot{y}(t) = \frac{1}{R''(y(t))}[(r+\delta)(R'(y(t)) - F(Z(t))) - \delta Z(t)G'(Z(t))], \end{aligned} \tag{6}$$

для которой заданы краевые условия $Z(0) = Z_0, \quad Z(T) = Z_T$.

Аналогично, исключая λ с помощью второго тождества из (4) и используя дифференциальные уравнения (2), (5), получим систему дифференциальных уравнений относительно переменных (K,u):

$$\begin{aligned} &\dot{K}(t) = f(u(t)) - aK(t), \\ &\dot{u}(t) = -\frac{f'(u(t))}{f''(u(t))}[(r+a) + F'(K(t))f'(u(t))], \end{aligned} \tag{7}$$

для которой заданы краевые условия $K(0) = K_0, \quad K(T) = K_T$.

На рисунке 1 представлен фазовый портрет системы (6) на плоскости переменных (Z,y) для двух ситуаций:

а) $(r+2\delta)G'(\hat{Z}) + \delta\hat{Z}G''(\hat{Z}) > 0$; б) $(r+2\delta)G'(\hat{Z}) + \delta\hat{Z}G''(\hat{Z}) < 0$

Нетрудно видеть, что особая точка системы (6) является седлом, и находится как решение системы алгебраических уравнений

$$R'(\hat{y}) + \hat{\pi} = G(\hat{Z}),\ \hat{y} = \delta\hat{Z},\ \hat{\pi} = -\frac{G'(\hat{Z})\hat{y}}{r+\delta}. \tag{8}$$

На рисунке 2 изображен фазовый портрет системы (7) на плоскости переменных (K,u). Здесь реализуется только одна ситуация, особая точка системы (7) также является седлом, и находится как решение системы алгебраических уравнений

$$\hat{\lambda}f'(\hat{u}) = 1,\ \hat{K} = \frac{f(\hat{u})}{a},\ \hat{\lambda} = -\frac{F'(\hat{K})}{r+a}. \tag{9}$$

В работе также проводится анализ чувствительности стационарных состояний (8), (9) по такому параметру как норма дисконтирования r. Установлено, что

$$\frac{\partial Z}{\partial r} = \frac{G(\hat{Z}) - R'(\hat{y})}{\delta(r+\delta)R''(\hat{y}) - (r+2\delta)G'(\hat{Z}) - \delta\hat{Z}G''(\hat{Z})} < 0,$$

$$\frac{\partial y}{\partial r} = \delta\frac{G(\hat{Z}) - R'(\hat{y})}{\delta(r+\delta)R''(\hat{y}) - (r+2\delta)G'(\hat{Z}) - \delta\hat{Z}G''(\hat{Z})} < 0,$$

т.е. чем выше норма дисконтирования r, тем ниже выпуск и запас опыта в стационарном состоянии.

Аналогично,

$$\frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\dfrac{F''(\hat{K})\, f'(\hat{u})^2}{a} + F'(\hat{K})\, f''(\hat{u})} < 0, \quad \frac{\partial K}{\partial r} = -\frac{f'(\hat{u})}{F''(\hat{K})\, f'(\hat{u})^2 + aF'(\hat{K})\, f''(\hat{u})} < 0,$$

т.е. чем выше норма дисконтирования r, тем ниже затраты на обучение и запас знаний в стационарном состоянии.

Полученные результаты указывают, что если фирма планирует работу на сравнительно небольшом промежутке времени, она предполагает высокие значения нормы дисконтирования и уделяет меньше внимания затратам на обучение сотрудникам, их знаниям и опыту.

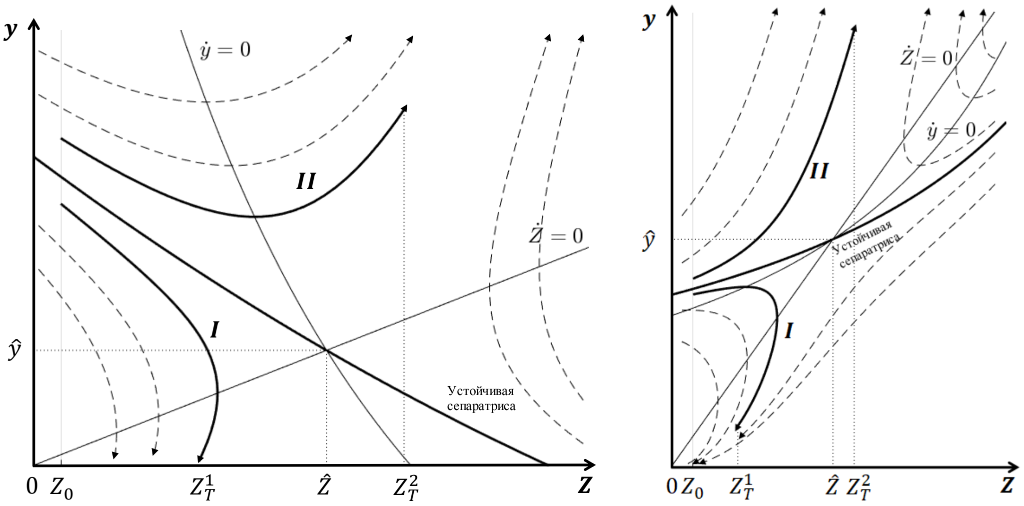

Рис.1. Фазовый портрет системы (6) для двух ситуаций:

а) – слева и б) – справа.

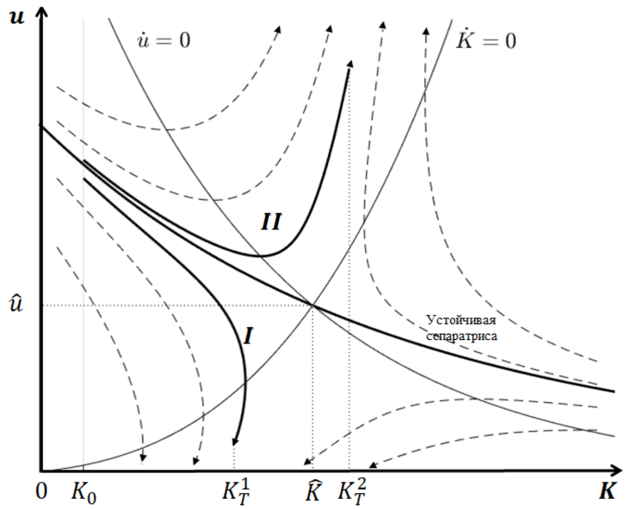

Рис.2. Фазовый портрет системы (7)

Литература

1. *Jorgensen S., Kort P.M.* Autonomous and induced learning: an optimal control approach //International Journal of Technology Management. – 2002. – Vol. 23. – №. 7-8. – С. 655-674.
2. *Понтрягин, Л.С.* Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин [и др.] – М.: Наука, 1983. – 392
3. *О.Р. Габасова, Р.Габасов, Н.М. Дмитрук* Синтез оптимальной политики для производственно-финансовой модели фирмы // Автоматика и телемеханика, 1998. № 9. С. 100–117.

РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ РАСПОЗНАВАНИЯ ТЕКСТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ N-ГРАММ ДЛЯ КОРРЕКЦИИ РЕЗУЛЬТАТОВ

Е. Н. Кусок

ВВЕДЕНИЕ

Задача оптического распознавания текста с дальнейшей его коррекцией является достаточно распространенной на сегодняшний день, но возможность применения некоторых методов коррекции текста мало изучена. Одним из таких малоизученных методов является использование символьных N-грамм, который рассматривается в данной работе.

ОПИСАНИЕ ИСПОЛЬЗУЕМЫХ МЕТОДОВ И АЛГОРИТМОВ

Решение задачи распознавания текста состоит из нескольких основных этапов:

- подготовка изображения к распознаванию;
- собственно распознавание текста на изображении;
- корректировка распознанного текста.

Так как самостоятельная разработка систем распознавания текста представляет собой довольно сложную научную и техническую задачу, то используем уже существующую систему распознавания “Tesseract” и будем фокусироваться на первом и третьем этапах задачи.

Подготовка изображения к дальнейшему распознаванию

Перед распознаванием текста на изображении, необходимо улучшить его качество для увеличения вероятности правильного распознавания каждого символа. Для этого применим следующие операции:

1. Устранение шумов и сглаживание изображения. Этого можно добиться, применив фильтр Гаусса.