

РАСЧЕТ СЕЧЕНИЯ ПРОЦЕССА ДРЕЛЛА-ЯНА

М. П. Бугаевская

Процессами Дрелла-Яна являются процессы в которых происходит аннигиляция пары кварк-антикварк с образованием лептонной пары.

С. Дрелл и Д.-М. Ян предположили, что на первом этапе процесса, антикварк из одного адрона и кварк из другого аннигилируют и образуется виртуальный фотон. Впоследствии этот фотон распадается на пару лептонов, имеющих противоположные знаки. [1]

Сейчас мы знаем, что помимо образования фотона может осуществляться образование такой частицы, как Z -бозон. И эту вероятности протекания реакции с образованием γ -кванта и Z -бозона нужно учитывать при проведении расчетов.

Общая формула образования мюонной пары на адронном уровне через механизм Дрелла-Яна имеет вид:

$$p\bar{p} \rightarrow \mu^+ \mu^- + X \quad (1)$$

Данной записи будет соответствовать диаграмма Фейнмана, представленная на Рис 1.

На кварк-лептонном уровне запись будет иметь вид:

$$q\bar{q} \rightarrow l^+ l^- \quad (2)$$

и ему будет соответствовать диаграмма Фейнмана, представленная на Рис 2.

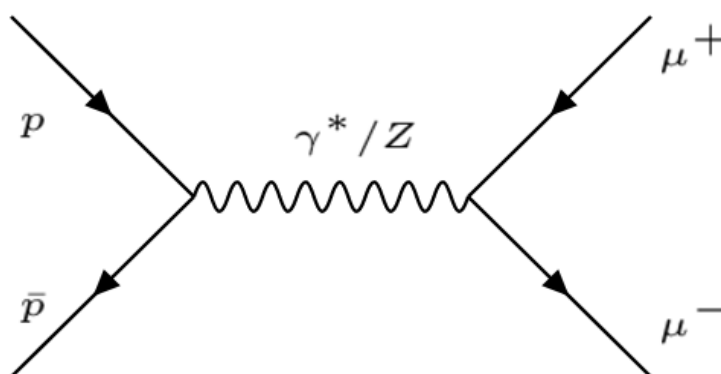


Рис.1. Диаграмма Фейнмана процесса Дрелла-Яна на адронном уровне

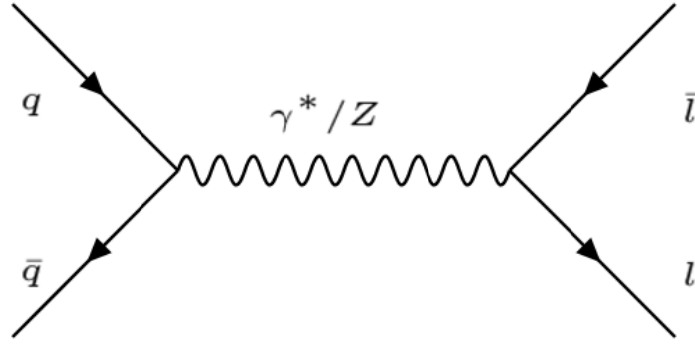


Рис. 2. Диаграмма Фейнмана процесса Дрелла-Яна на кварк-лептонном уровне

РАСЧЕТ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ ПРОЦЕССА

Рассмотрим систему центра инерции (СЦИ) кварков. В ней импульсы начальных частиц p_1 и p_2 , и конечных частиц k_1 и k_2 будут даваться следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} p_1 = \begin{pmatrix} \frac{M}{2} & 0 & 0 & \frac{M}{2} \end{pmatrix} \\ p_2 = \begin{pmatrix} \frac{M}{2} & 0 & 0 & -\frac{M}{2} \end{pmatrix} \\ k_1 = \begin{pmatrix} \frac{M}{2} & \frac{M}{2} \sin \theta \cos \varphi & \frac{M}{2} \sin \theta \sin \varphi & \frac{M}{2} \end{pmatrix} \\ k_2 = \begin{pmatrix} \frac{M}{2} & -\frac{M}{2} \sin \theta \cos \varphi & -\frac{M}{2} \sin \theta \sin \varphi & -\frac{M}{2} \end{pmatrix} \end{array} \right. , \quad (3)$$

где M – масса лептонной пары, θ – угол определяющий направление импульсов конечных частиц k_1 и k_2 , относительно направления движения начальных частиц p_1 и p_2 соответственно, φ – азимутальный угол вокруг оси распространения пучка частиц.

Для расчета будем использовать метод спинорных амплитуд.

При этом спиноры $u(p)$ и $v(p)$, описывающие положительно-частотные решения и отрицательно-частотные решения соответственно, должны удовлетворять уравнению Дирака [2].

$$(\gamma^\mu p_\mu - m)u(p) = 0 \quad (4)$$

$$(\gamma^\mu p_\mu - m)v(p) = 0 \quad (5)$$

Общее решение этих уравнений можно записать в виде:

$$u(p) = \begin{pmatrix} \sqrt{p \cdot \sigma \xi} \\ \sqrt{p \cdot \bar{\sigma} \xi} \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$v(p) = \begin{pmatrix} \sqrt{p \cdot \sigma \xi} \\ -\sqrt{p \cdot \bar{\sigma} \xi} \end{pmatrix} \quad (7)$$

Здесь произвольный спинор ξ определяют направление спина частицы. Если спин в СЦИ кварков направлен вверх, то ξ примет значения $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, а если спин направлен вниз, то спинор ξ будет равен $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Необходимые нам в дальнейшем сопряженные спиноры получаются с помощью дираковского сопряжения следующим образом:

$$\bar{u}(p) = \bar{u}^\dagger(p) \gamma^0 \quad (8)$$

$$\bar{v}(p) = \bar{v}^\dagger(p) \gamma^0 \quad (9)$$

Рассмотрим еще раз диаграммы Фейнмана для данных процессов:

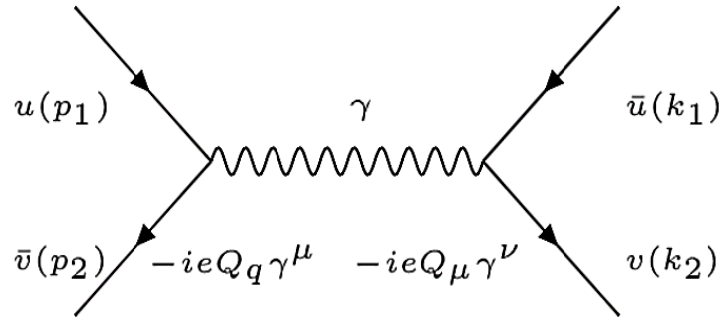


Рис. 3. Диаграмма Фейнмана процесса Дрелла-Яна с образованием фотона

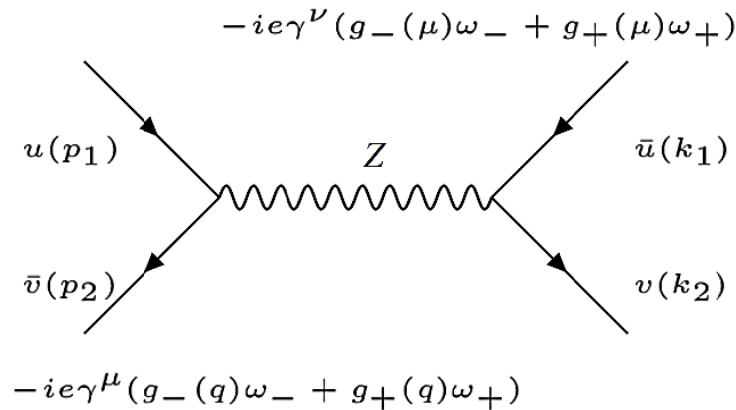


Рис. 4. Диаграмма Фейнмана процесса Дрелла-Яна с образованием Z-бозона

Воспользовавшись правилами Фейнмана, можем записать выражение для матричных элементов процесса. Так для процесса с образованием гамма-кванта матричный элемент дается формулой

$$iM_\gamma = \frac{iQ_\mu Q_q e^2}{q^2} \cdot (\bar{v}(p)\gamma^\mu u(p)) \cdot (\bar{u}(k)\gamma^\mu v(k)), \quad (10)$$

а для процесса с образованием Z -бозона матричный элемент дается формулой:

$$iM_{Z_0} = \frac{ie^2}{q^2 - M_Z^2} \cdot (\bar{v}(p)\gamma^\mu g_-(q)\omega_- + g_+(q)\omega_+ u(p)) \times \\ \times (\bar{u}(k)\gamma^\mu g_-(\mu)\omega_- + g_+(\mu)\omega_+ v(k)) \quad (11)$$

где g_+ , g_- – константы связи слабого взаимодействия, ω_+ и ω_- – операторы киральности для правополяризованной и левополяризованной частиц соответственно [3].

Для вычисления сечения нам потребуется квадрат матричного элемента, под которым понимается квадрат модуля суммы от вкладов всех диаграмм. Это позволяет учесть интерференцию взаимодействий.

Для того, чтобы вычислить дифференциальное сечение рассеяния на кварк-лептонном уровне, необходимо воспользоваться следующей формулой:

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{F} \int |M^2| dR, \quad (12)$$

где величина $F = 2s(2\pi)^{3n-4}$ называется фактором, а дифференциал $dR = \frac{d^3 p_1}{2E_1} \cdot \frac{d^3 p_2}{2E_2} \delta^{(3)}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2) \delta(E_1 + E_2 - \sqrt{s})$ является элементом фазового пространства [4].

Проинтегрировав (12), предварительно подставив в него выражение для квадрата матричной амплитуды, получим следующее:

$$\hat{\sigma} = \frac{\pi a^2}{9s} \cdot (|DLL|^2 + |DLR|^2 + |DRL|^2 + |DRR|^2), \quad (13)$$

где произведена следующая замена для упрощения выражения:

$$\left\{ \begin{array}{l} DLL = \frac{M^2 g(\mu)_- g(q)_-}{M^2 - M_Z^2 + i\Gamma_Z M_Z} + Q_\mu Q_q \\ DLR = \frac{M^2 g(\mu)_+ g(q)_-}{M^2 - M_Z^2 + i\Gamma_Z M_Z} + Q_\mu Q_q \\ DRL = \frac{M^2 g(\mu)_- g(q)_+}{M^2 - M_Z^2 + i\Gamma_Z M_Z} + Q_\mu Q_q \\ DRR = \frac{M^2 g(\mu)_+ g(q)_+}{M^2 - M_Z^2 + i\Gamma_Z M_Z} + Q_\mu Q_q \end{array} \right. \quad (14)$$

Чтобы вычислить дифференциальное сечение на адронном уровне и получить зависимость сечения от инвариантной массы лептонной пары, необходимо воспользоваться следующей формулой:

$$\frac{d^2\sigma}{d(M^2)dY} = \sum_f x_1 f_f(x_1) x_2 f_{\bar{f}}(x_2) \cdot \frac{1}{M^2} \hat{\sigma}, \quad (15)$$

где x_1 и x_2 характеризует долю импульса адрона, уносимую кварком, $f_f(x_1)$, $f_{\bar{f}}(x_2)$ – партонные функции распределения. Также для удобства

проведения вычислений вводятся замены: $Y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{x_1}{x_2} \right)$ называемая быстрой и $\tau = M^2/S$, где S – энергия коллайдера, которая для наших расчетов принимается такой, что $\sqrt{S} = 13 \text{ ТэВ}$. Тогда (15) примет вид:

$$\frac{d^2\sigma}{d(M^2)dY} = \sum_f \tau f_f(\tau e^Y) f_{\bar{f}}(\tau e^{-Y}) \cdot \frac{1}{M^2} \hat{\sigma}, \quad (16)$$

Подставив в (16) формулу для дифференциального сечения рассеяния на кварк-лептонном уровне, получим выражение для процесса Дрелла-Яна, аннигиляции пары протонов с образованием мюонной пары:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{d(M^2)dY} = \sum_f \frac{\pi a^2}{9M^2} \cdot \tau f_f(\sqrt{\tau} e^Y) f_{\bar{f}}(\sqrt{\tau} e^{-Y}) \times \\ \times \left(\left| \frac{M^2 g(\mu)_- g(q)_-}{M^2 - M_Z^2 + i\Gamma_Z M_Z} + Q_\mu Q_q \right|^2 + \left| \frac{M^2 g(\mu)_+ g(q)_-}{M^2 - M_Z^2 + i\Gamma_Z M_Z} + Q_\mu Q_q \right|^2 + \right. \\ \left. \left| \frac{M^2 g(\mu)_- g(q)_+}{M^2 - M_Z^2 + i\Gamma_Z M_Z} + Q_\mu Q_q \right|^2 + \left| \frac{M^2 g(\mu)_+ g(q)_+}{M^2 - M_Z^2 + i\Gamma_Z M_Z} + Q_\mu Q_q \right|^2 \right) \end{aligned} \quad (17)$$

РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Подставив в формулу (17) значения $\tau f_f(\sqrt{\tau} e^Y)$ и $f_{\bar{f}}(\sqrt{\tau} e^{-Y})$, и проинтегрировав по быстроте и массе лептонной пары, для сечения рассеяния на адронном уровне получим следующее значение:

$$\sigma \cong 1412 \text{ нб}$$

А график зависимости дифференциального сечения рассеяния от инвариантной массы лептонной пары будет иметь вид, представленный на Рис. 5.

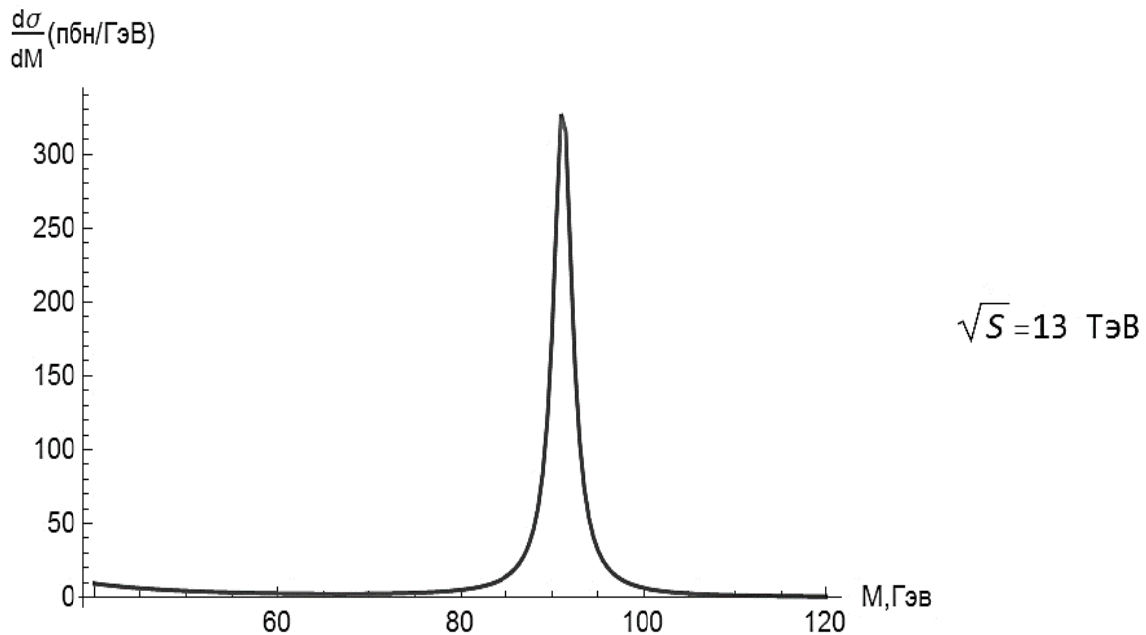


Рис. 5. График зависимости дифференциального сечения рассеяния от инвариантной массы лептонной пары

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе был представлен расчет дифференциального сечения процесса Дрелла-Яна в рамках Стандартной модели.

Необходимо отметить, что зависимость, полученная в ходе вычислений, имеет тот же вид, что и зависимость, получаемая в ходе моделирования процесса Дрелла-Яна, с образованием виртуального фотона и Z -бозона, методом Монте-Карло, а ошибка в вычислении сечения рассеяния, описываемого формулой (17), имеет незначительные отклонения от значений этой же величины, получаемой при обработке экспериментальных данных.

Что же касается самого выражения (17), то его правильность легко проверить: если положить вклад слабого взаимодействия равным нулю, то мы должны получить вклад, даваемый лишь электромагнитным взаимодействием.

Проделав данное упрощение и усреднив его по цвету, можно получить следующее выражение $\sigma = \frac{4\pi a^2}{9s}$, которое согласуется с теорией аннигиляции кварков с образованием только лишь гамма-кванта [2].

Таким образом можем сделать вывод о пригодности данного метода для подобного рода расчетов.

Литература

1. *S. D. Drell, T.-M. Yan*, «Massive lepton-pair production in hadron-hadron collisions at high energies,» *Physical Review Letters*, т. 25, № 5, pp. 316-320, 1970.
2. *М. Пескин, Д. Шредер*, Введение в квантовую теорию поля, Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001.
3. *С. Биленький*, Введение в диаграммы Фейнмана и физику электрослабого взаимодействия, Москва: Энергоатомиздат, 1990.
4. *Е. Бюклинг, К. Каянти*, Кинематика элементарных частиц, Москва: Мир, 1975.

ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ СВЕРТОЧНЫМИ НЕЙРОННЫМИ СЕТЯМИ

М. А. Казачек

ВВЕДЕНИЕ

Сверточные сети, впервые разработанные Яном Лекуном в 90-ых годах прошлого века [1], получили толчок в развитии пять лет назад, когда одна из групп представила на ImageNet сверточную нейронную сеть [2], которая смогла распознать 84 % поданных образов. Естественно такая модель не могла остаться вне поля зрения ученых из других областей. На данный момент сложно указать научные направления, в которых бы не начали использовать модель сверточных нейронных сетей. Наиболее интенсивно они применяются в медицине для диагностики заболеваний, в системах безопасности и робототехнике применительно к задачам распознавания лиц, что обусловлено доступностью данных. К сожалению ядерная физика полностью лишена такого достоинства, и тем не менее модель сверточных нейронных сетей смогла найти применение и в фундаментальных исследованиях по ядерной физике и физике элементарных частиц [3; 4; 5].